



**Hernâni Martins Patrão**

Modelação de Variadores Contínuos de Relação de Transmissão

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Presidente: Doutor António Paulo Vale Uregueira, Professor Associado da FCT-UNL

Arguente: Doutor António José Freire Mourão, Professor Associado da FCT-UNL

Orientador: Doutor Alberto José Antunes Marques Martinho, Professor Auxiliar da FCT-UNL



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Março 2013



# Modelação de Variadores Contínuos de Relação de Transmissão

---

Orientador: Professor Alberto José Antunes Marques  
Martinho

Hernâni Martins Patrão

5 de Março de 2013



Modelação de variadores contínuos de relação de transmissão

Copyright @ Hernâni Martins Patrão, FCT /UNL, UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



Dedicatória

Aos homens que marcaram a minha vida  
que infelizmente não estão cá para o ver.

Olímpio Marques Patrão o meu maior encorajador,  
José Correia Martins Pelo homem que será sempre lembrado.





## Agradecimentos

Os meus mais sinceros agradecimentos ao meu orientador Professor Doutor Alberto José Antunes Marques Martinho, pela ajuda que sempre me dedicou e pelo empenho nos esclarecimentos das inúmeras dúvidas que me permitiram a conclusão deste trabalho.

A todos os meus colegas de curso e grandes amigos, que me acompanharam neste trajecto, e que ao partilhar comigo as suas ideias, experiências, opiniões e dificuldades, contribuíram fortemente para o meu desenvolvimento pessoal e intelectual.

A todos os meus colegas de trabalho da empresa Autoeuropa, Engº. Rui Mendes Silva, Engº. João Lucas Santos, Engº. Francisco Coelho, ao meu sempre encorajador chefe Eng. Luís Santos e como não poderia deixar de ser ao meu tutor Engº. Manuel António Dantas.

A todos os meus colegas de trabalho da empresa AutoVision, Engº. João Pedro Sousa, Engº. Mário Teixeira, Eduardo Correia, João Silva e Domingos Pio.

Aos meus familiares, pela sua constante presença e amizade demonstrada de forma espontânea e que sem eles este momento não seria possível.

Agradeço de um modo especial à minha namorada Raquel Serra, pelo apoio diário, contribuindo decisivamente para a realização deste trabalho.

Agradeço também á minha irmã, Cláudia Martins Patrão, pela irmã que é que sempre terá um lugar no meu coração, sendo que para ela desejo o maior sucesso, naquela que se pode considerar uma das maiores etapas de uma pessoa a nível pessoal, felicidades para a tua etapa que eu um dia esteja no teu lugar a aplaudir-te com todo o meu orgulho.

O maior agradecimento fica para os meus pais, Hernâni Manuel Castro Patrão e Deolinda Maria Trindade Martins Patrão, pelo apoio e amizade que me transmitem diariamente, pelo esforço que sempre me dedicaram e por serem o que são ajudando sempre a minha formação intelectual e pessoal a eles devo um muito obrigado com todas as minhas forças.



# Índice

<b>Agradecimentos .....</b>	<b>i</b>
<b>Índice de Ilustrações .....</b>	<b>vii</b>
<b>Índice de Tabelas.....</b>	<b>ix</b>
<b>Abreviaturas .....</b>	<b>xi</b>
<b>Resumo .....</b>	<b>xv</b>
Palavras-chave.....	xv
<b>Abstract.....</b>	<b>xvii</b>
Key Words .....	xvii
<b>Capítulo 1.....</b>	<b>1</b>
<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 – Aspectos Gerais .....	1
1.2 – Aspectos Específicos.....	1
1.3 – Objectivos do Trabalho .....	2
1.4 – Descrição de capítulos.....	2
<b>Capítulo 2.....</b>	<b>5</b>
<b>Revisão Sobre Transmissões .....</b>	<b>5</b>
2.1 – Generalidades.....	5
2.2 – O Homem e a Máquina .....	6
2.3 – Saltos Tecnológicos .....	6
2.4 - A Importância das Simulações Computacionais .....	7
2.5 - A Importância das Transmissões Mecânicas.....	7
2.6 – Transmissões e Variadores.....	9
<b>Capítulo 3.....</b>	<b>11</b>
<b>CVT .....</b>	<b>11</b>
3.1 – Histórico do sistema CVT.....	11
3.2 – Comparação entre transmissão manual e a CVT .....	12
3.3 – Principais Vantagens da CVT versos Transmissões Convencionais .....	14

<b>Capítulo 4.....</b>	<b>15</b>
<b>Correia de Transmissão.....</b>	<b>15</b>
4.1 – Introdução .....	15
Razões de versatilidade.....	17
Razões de segurança .....	17
Razões económicas .....	17
4.2 – Características e aplicações.....	18
4.2.1. Características .....	18
4.2.2. Aplicações.....	19
4.3 – Princípios de funcionamento .....	19
4.4 – Principais relações, nomenclaturas, definições e simbologia .....	20
4.5 – Análise e determinação das cargas .....	21
4.5.1 – Carga inicial ( $F_i$ ).....	22
4.5.2 – Relação entre as cargas nos ramos da correia ( $F_1$ e $F_2$ ).....	23
4.5.3 – Análise da força centrífuga ( $F_c$ ).....	24
4.5.4 – Carga devido à flexão da correia .....	24
4.5.5 – Determinação das cargas .....	25
4.6 – Especificações das correias trapezoidais.....	26
4.6.1 – Padrão .....	26
4.6.2 – Selecção de correias trapezoidais .....	27
4.7 – Estimativa de vida da correia .....	31
<b>Capítulo 5.....</b>	<b>35</b>
<b>Modelação e Performance da CVT.....</b>	<b>35</b>
5.1 – Introdução .....	35
5.2 - Modelação da CVT .....	36
<b>Capítulo 6.....</b>	<b>39</b>
<b>Estudo dinâmico .....</b>	<b>39</b>
6.1 – Introdução .....	39

6.2 – Vibração.....	40
6.2.1 – Vibração não amortecida .....	41
6.2.2 – Vibração amortecida .....	41
6.2.3 – Tipos de frequências .....	42
6.2.4 – Graus de liberdade .....	45
6.3 – Sistema CVT .....	45
6.3.1 – Esquema básico de uma CVT.....	45
6.3.2 – Calculo Dinâmico Geral .....	46
6.4 – Definição do Sistema.....	55
6.4.1 - Polias .....	55
6.4.2 - Disco .....	56
6.4.3 - Correia.....	56
6.4.4 – Esquematização do sistema .....	58
6.4.5 – Sistema CVT com uma entrada variável .....	60
<b>Capítulo 7.....</b>	<b>68</b>
<b>Conclusões.....</b>	<b>68</b>
<b>Trabalhos Futuros.....</b>	<b>69</b>
Teóricos.....	69
Práticos.....	69
<b>Referências.....</b>	<b>70</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>I</b>
<b>ANEXO 1 – Factores de Serviço [04] .....</b>	<b>II</b>
<b>ANEXO 2 – Comprimento Standard [04].....</b>	<b>IV</b>
<b>ANEXO 3 – Tabelas de Perfis .....</b>	<b>V</b>
<b>ANEXO 3.1 – Perfil A [04] .....</b>	<b>V</b>
<b>ANEXO 3.2 – Perfil B [04].....</b>	<b>IX</b>
<b>ANEXO 3.3 – Perfil C [04] .....</b>	<b>XIII</b>
<b>ANEXO 3.4 – Perfil D [04] .....</b>	<b>XVII</b>

<b>ANEXO 3.5 – Perfil E [04].....</b>	<b>XXIII</b>
<b>ANEXO 4 – Programação de onda dente de serra no <i>MatLab<sup>th</sup></i> .....</b>	<b>XXVII</b>
<b>ANEXO 5 – Programação de todo o sistema CVT no <i>MatLab<sup>th</sup></i> .....</b>	<b>XXIX</b>
<b>ANEXO 6 – Linhas de comando .....</b>	<b>XXXI</b>

## Índice de Ilustrações

Ilustração 2.1 – Esquematisação das famílias das transmissões .....	8
Ilustração 3.1 – Esboço da primeira CVT .....	11
Ilustração 3.2 – Comparação entre comportamento de uma transmissão manual e uma CVT ...	13
Ilustração 4.1 – Correias planas .....	15
Ilustração 4.2 – Correias trapezoidais “V” .....	16
Ilustração 4.3 – Correias sincronizadas.....	16
Ilustração 4.4 – Correias duplas.....	16
Ilustração 4.5 – Correias hex.....	16
Ilustração 4.6 – Correias de ranhuras.....	17
Ilustração 4.7 – CVT de correia trapezoidais .....	18
Ilustração 4.8 – Transmissão escalonada de correia plana.....	18
Ilustração 4.9 – Representação do sistema CVT em regime estacionário.....	19
Ilustração 4.10 – Representação do sistema CVT em regime dinâmico .....	20
Ilustração 4.11 – Transmissão por correia aberta.....	21
Ilustração 4.12 – Força de atrito entre correia e polia .....	22
Ilustração 4.13 – Cargas na correia .....	22
Ilustração 4.14 – Relação entre as forças presentes na correia e o ângulo de abraçamento tendo em conta o coeficiente de atrito.....	23
Ilustração 4.15 – Distribuição de tensões ao longo da correia .....	24
Ilustração 4.16 – Padrão das secções das correias trapezoidais .....	26
Ilustração 4.17 – Perfil <i>Hi-Power</i> (A, B, C, D e E).....	26
Ilustração 4.18 – Perfil PW (3V, 5V e 8V) .....	26
Ilustração 4.19 – Gráficos para selecção da secção das correias PW (3V, 5V e 8V) .....	28
Ilustração 4.20 – Gráficos para selecção da secção das correias <i>Hi-Power</i> (A, B, C, D e E) .....	29
Ilustração 4.21 – Ciclo de carga da correia .....	32
Ilustração 5.1 – Modelo ilustrativo de uma CVT.....	366
Ilustração 5.2 – Fluxograma do processo de transmissão de energia por uma CVT.....	377
Ilustração 5.3 – Modelo ilustrativo do sistema CVT num automóvel.....	377
Ilustração 6.1 – Comparação entre vibração amortecida com a vibração não amortecida.....	40
Ilustração 6.2 – Gráfico de um movimento vibratório não amortizado .....	411
Ilustração 6.3 – Representação gráfica consoante o factor de amortecimento.....	423
Ilustração 6.5 – Fenómeno de ressonância.....	444
Ilustração 6.6 – Fenómeno de batimento .....	444
Ilustração 6.7 – Graus de liberdade .....	45

Ilustração 6.8 – Esquema de uma CVT .....	<b>Erro! Marcador não definido.</b>	45
Ilustração 6.9 – Sistema de entrada .....		46
Ilustração 6.10 – Subdivisão da correia em elementos (modelo discreto) .....		46
Ilustração 6.11 – Correia (modelo contínuo).....		46
Ilustração 6.12 – Sistema de saída .....	<b>Erro! Marcador não definido.</b>	47
Ilustração 6.13 – Modelo discreto do sistema .....		48
Ilustração 6.14 – Representação gráfica geral para a posição, velocidade e aceleração do sistema em causa .....		50
Ilustração 6.15 – Modelo contínuo.....		52
Ilustração 6.16 – Modelo discreto .....		52
Ilustração 6.17 – Polia.....		55
Ilustração 6.18 – Disco.....		56
Ilustração 6.19 – Secção da correia de perfil trapezoidal A .....		57
Ilustração 6.20 – Esquematização do sistema CVT em estudo (modelo discreto).....		58
Ilustração 6.21 – Representação gráfica de uma onda dente de serra ( <i>sawtooth</i> ) .....		61
Ilustração 6.22 – Comportamento do sistema de forças de entrada .....		63
Ilustração 6.23 – Comportamento gráfico da velocidade do disco de entrada .....		63
Ilustração 6.24 – Comportamento gráfico da velocidade do disco de saída.....		64
Ilustração 6.25 – Representação gráfica das frequências próprias do sistema .....		65
Ilustração 6.26 – Representação gráfica resultante das considerações do teorema de Nyquist ..		65
Ilustração 6.27 – Ampliação do gráfico das frequências.....		66
Ilustração 6.28 – Zona de ampliação 1.....		66
Ilustração 6.29 – Zona de ampliação 2.....		66
Ilustração 6.30 – Zona de ampliação 3.....		67
Ilustração 6.31 – Zona de ampliação 4.....		67



## Índice de Tabelas

Tabela 4.1 - Influência da variação do menor diâmetro da polia sobre a vida da correia. ....	25
Tabela 4.2 – Principais dimensões das correias trapezoidais .....	26
Tabela 4.3 – Factor de serviço .....	27
Tabela 4.4 – Factor adicional a ser somado ao factor de serviço .....	28
Tabela 4.5 – Factor de correção .....	30
Tabela 4.6 – Valores de $K_b$ , $K_c$ , $Q$ e $x$ (* $F_1$ e $F_2$ deverão de estar em $lb_f$ ) .....	32



## Abreviaturas

a – Aceleração

B – Binário

C – Distancia ideal entre eixos

C<sub>real</sub> – Distancia real entre eixos

c – Constante de amortecimento

CVT - *Continuously Variable Transmission*

D<sub>polia</sub> – Maior diâmetro da polia

d – Menor diâmetro da polia

D<sub>médio</sub> – Diâmetro médio da polia

D<sub>veio</sub> – Diâmetro do veio

dF – Incremento de força por unidade de volume da correia

F – Força aplicada ao sistema

F<sub>c</sub> – Força de amortecimento

F<sub>cf</sub> – Força centrífuga

F<sub>Flex1</sub> – Força de flexão da correia 1

F<sub>Flex2</sub> – Força de flexão da correia 2

F<sub>I</sub> – Força de inercia

F<sub>i</sub> – Carga inicial na correia

FL – Factor de correcção do comprimento da correia

F<sub>m</sub> – Força da mola

FS – Factor de serviço

F<sub>t</sub> – Força tangencial

F<sub>1</sub> – Carga no ramo tenso da correia

F<sub>2</sub> – Carga no ramo frouxo da correia

h<sub>polia</sub> – Altura da polia

HP<sub>básico</sub> – Capacidade da correia em transmitir o movimento

HP<sub>adicional</sub> – Factor de correcção da capacidade da correia em transmitir o movimento

i – Relação de transmissão

J<sub>0</sub> – Momento polar de inércia

K – Factor de conversão

k – Constante de rigidez da mola

k<sub>t</sub> – Constante de rigidez de uma mola torsional

l – Comprimento de cada veio

L<sub>calculado</sub> – Comprimento teórico da correia

$L_{\text{real}}$  – Comprimento real da correia  
 $M$  – Momento  
 $m$  – Massa total do sistema  
 $m_{\text{correia}}$  – Massa total da correia  
 $m_{\text{polia}}$  – Massa de cada polia  
 $MT$  – Transmissões manuais  
 $n_1$  – Rotações por minuto na entrada  
 $n_2$  – Rotações por minuto na entrada  
 $P$  – Potencia  
 $P_{\text{correia}}$  – Potencia por correia  
 $P_{\text{HP}}$  – Potencia de projecto  
 $R$  – Força resultante na correia  
 $r$  – Raio de aplicação  
 $r_{\text{polia}}$  – Raio da polia  
 $r_{\omega}$  – Razão de frequências  
 $t$  – Tempo  
 $T_1$  – Tracção aplicada no ramo tenso da correia  
 $T_2$  – Tracção aplicada no ramo frouxo da correia  
 $v$  – Velocidade  
 $x$  – Posição  
 $\dot{x}$  – Primeira derivada da posição em relação ao tempo (velocidade)  
 $\ddot{x}$  – Segunda derivada da posição em relação ao tempo (aceleração)  
 $\beta$  – Ângulo de desfasamento  
 $\theta(t)$  – Posição angular  
 $\dot{\theta}(t)$  – Velocidade angular  
 $\ddot{\theta}(t)$  – Aceleração angular  
 $\theta_0$  – Posição angular inicial  
 $\dot{\theta}_0$  – Velocidade angular inicial  
 $\theta_1$  – Ângulo de abraçamento 1  
 $\theta_2$  – Ângulo de abraçamento 2  
 $\mathcal{T}$  – Período  
 $\sigma_{F_1}$  – Tensão no ramo tenso da correia  
 $\sigma_{F_2}$  – Tensão no ramo frouxo da correia  
 $\sigma_{\text{max}}$  – Tensão máxima na correia  
 $\sigma_{\text{util}}$  – Tensão útil da correia  
 $\varphi$  – Ângulo de abertura da correia

$\omega_b$  – Frequência de batimento

$\omega_f$  – Frequência da força

$\omega_n$  – Frequência de natural



## Resumo

O crescente mercado das transmissões de variável continua tem como exigência fulcral uma caracterização aprofundada de todos os seus aspectos funcionais conhecidos e constantemente sejam actualizados. Existem inúmeros tipos de transmissões deste tipo sendo que se optou pela modelagem do sistema de polias de diâmetro variável tendo como meio de ligação uma correia. Tendo sempre a noção de que as transmissões são dos elementos mais utilizados em sistemas de transmissão de força como meio de desmultiplicar o movimento de entrada em relação ao de saída, sendo então que o modelo terá de incluir as características de saída do motor, binário (torque) e rotação e todos os elementos utilizados numa transmissão CVT, cujo objectivo inicial é chegar a um modelo matemático para determinar o rendimento funcional. Ter-se-á de então proceder a uma análise do comportamento dinâmico da transmissão, para tal apresentando-se equações de funcionamento que representam o comportamento dinâmico dos vários componentes do sistema de transmissão através de uma simulação no programa comercial *Matlab* para obtenção dos resultados.

## Palavras-chave

- CVT (Continuously Variable Transmission)
- Equações de funcionamento
- Relação de transmissão
- Comportamento dinâmico
- Correia de transmissão





## **Abstract**

The growing market for continuous variable transmissions have a key requirement as detailed characterization of all its functional aspects are known and constantly updated these same aspects and new matches. There are numerous types of transmissions of this type which is being opted for modeling the system with variable diameter pulleys and a belt attachment means. Always having the notion that the transmission elements are more commonly used in power transmission systems as a means of greatly expand the movement relative to the input output, and so that the model will include the output characteristics of the engine torque (torque) and speed and all elements used in a CVT (Continuously Variable transmission), whose initial goal is to reach a mathematical model to determine the functional performance. Having will then carry out an analysis of the dynamic behavior of the transmission for presenting such operating equations representing the dynamic behavior of the various components of the transmission system through a commercial Matlab simulation program to obtain the results.

## **Key Words**

- CVT (Continuously Variable Transmission)
- Equation of functioning
- Transmission relation
- Dynamic performance
- Transmission belt



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 – Aspectos Gerais

As transmissões são elementos de transferência entre a fonte de produção de potência e a de carga. Normalmente a relação de transmissão é fixa (escalonada) ou variável de forma contínua. Uma transmissão é um dispositivo que é usado para fornecer um conjunto de saídas discretas de velocidade angulares de uma fonte de velocidade, cujo objectivo é permitir que a fonte permaneça no regime de máximo binário, ou potência em certas circunstâncias, durante o maior intervalo de tempo possível. A necessidade de uma relação de transmissão específica tem o objectivo de atender ao pedido instantâneo de potência de uma carga com condições particulares de torque e rotação. Neste trabalho serão focadas as transmissões de variação contínua.

### 1.2 – Aspectos Específicos

Uma *Continuously Variable Transmission* (CVT) é um elemento de transmissão de potência, no qual a relação de velocidades pode variar de maneira contínua. Uma CVT transmite potência sem as descontinuidades típicas das transmissões escalonadas, de forma a evitar mudanças bruscas no binário e na velocidade de saída e, é especialmente útil onde um certo número fixo de relações de transmissão pode não ser adequado para realizar a função requerida. Existem diversos tipos de CVT que podem ser amplamente divididos em categorias

tais como: CVT de Fricção, CVT de Tração, CVT Hidrostáticas, CVT Eléctricas. Neste trabalho dar-se-á ênfase as CVT de Tração.

As CVT têm sido muito utilizadas principalmente na área automóvel, para reduzir o consumo de combustível, diminuir a emissão de poluentes para a atmosfera e também para maximizar o conforto. Têm sido desenvolvidos estudos das suas propriedades e comportamentos dinâmicos, e também para o desenvolvimento de novos projectos visando sempre à optimização do seu rendimento.

### **1.3 – Objectivos do Trabalho**

Este trabalho tem por objectivo caracterizar a resposta dinâmica de uma CVT por polias expansivas. Sendo que a partir desta modelagem, poder-se-á fazer em trabalhos futuros a sua simulação em *Matlab*, estimar o desempenho deste sistema equipado com esse tipo de transmissão. Desta forma, futuramente, poder-se-á optimizar o rendimento deste tipo de transmissão.

### **1.4 – Descrição de Capítulos**

Esta dissertação é composta por um total de 6 capítulos na sua generalidade sendo estes divididos em vários subcapítulos especificando todos os pontos considerados, tem ainda um capítulo de anexos onde estão todas as tabelas de valores retirados de diversas fontes, sendo esta parte composta por 6 subcapítulos.

O primeiro capítulo, tem como denominação “*Introdução*”, tem como base de desenvolvimento proceder a uma breve exposição dos aspectos gerais, aspectos específicos e ainda com os objectivos do trabalho.

O segundo capítulo, tem como denominação “*Revisão Sobre Transmissões*”, onde se tem varias considerações relativamente ao mundo das transmissões e variadores.

O terceiro capítulo, tem como denominação “*CVT*”, onde se tem em linha de conta o que é o sistema CVT e ainda se faz uma comparação entre esta e os sistemas mais usuais no mundo das transmissões.

O quarto capítulo, tem como denominação “*Correia*”, Onde se tem em linha de conta todas as especificações a serem cumpridas pelo elemento correia, uma vez que se trata do elemento mais relevante neste tipo de transmissões, sendo o mais crítico em termos de funcionamento geral.

O quinto capítulo, tem como denominação “*Modelação de uma CVT*”, onde se abordam os principais aspectos a serem levados em linha de conta.

No sexto capítulo, ir-se-á apresentar todo o desenvolvimento do estudo dinâmico desta dissertação, desde a apresentação de o que é o movimento em si e todas as suas variantes, até às equações essenciais para a realização do desenvolvimento do sistema CVT.

Por último, será apresentado no último capítulo, todas as conclusões tiradas da elaboração desta dissertação, onde ainda se apresentam propostas para a elaboração de trabalhos futuros, onde esta dissertação será útil para se obter linhas orientadoras.



## **Capítulo 2**

### **Revisão Sobre Transmissões**

#### **2.1 – Generalidades**

Desde o início que o homem estuda as características e a natureza dos materiais de modo a atender as suas necessidades do dia-a-dia. O facto de querer manipular livremente objectos, que estavam além das capacidades físicas ou pelo simples facto de lhe facilitar as tarefas. Com isso o homem passou a ir além dos seus limites físicos, com a sua criatividade, utilizando ferramentas que desenvolveu, vem estudando um mundo mecânico, até então inexplorado e traduzindo-o numa linguagem abstracta e universal que é a matemática. Esta linguagem tenta retractor o mundo natural como o conhecemos. Foram criadas teorias, elaboradas leis que dessem explicações e respostas, mesmo que algumas sendo aproximações, que satisfizessem as suas ambições e facilitassem a compreensão desta realidade, segundo a referência [01].

Estes estudos deram uma grande margem para a invenção e o desenvolvimento, de ferramentas e máquinas, que foram precursoras dos equipamentos modernos que fazem parte do nosso quotidiano.

Com o passar dos anos, máquina e homem caminharam juntos e tornaram-se intrínsecos. O homem dividiu em áreas de estudo o mundo que o cercava, sendo uma destas áreas a mecânica, que o envolve com um mundo incontável de tarefas.

## **2.2 – O Homem e a Máquina**

O relacionamento entre o homem e a máquina vem de longa data, um exemplo é o tema desta dissertação, que surge da sob forma de como transmitir forças em forma de movimentos, que exigiu muito estudo, muita criatividade, esforço e muitas tentativas. Em primeiro lugar o homem descobriu a alavanca, estudou os efeitos das forças nos corpos e como transmiti-las, conhecendo os materiais e a forma como os tratar, manipular exigindo este estudo muita paciência e trabalho.

Alguns exemplos destes meios de transmissão mecânica são: por engrenagens, por correntes, por correias, por rodas de atrito, etc.

Segundo a referência [01], um exemplo de máquina que evoluiu com o emprego de engrenagens foi o torno, que então, a transmissão mecânica era feita através de correias, que estavam ligadas a um eixo principal que transmitia este movimento a todas as linhas de tornos.

Esta evolução deu margem ao desenvolvimento de muitos outros equipamentos, cada vez com mais capacidades, em termos de velocidade e potência.

O passo seguinte foi combinar sistemas de transmissão, que melhor se adequassem às necessidades específicas de cada projecto, usuário ou equipamento.

## **2.3 – Saltos Tecnológicos**

A história mostra que, em certos períodos da humanidade existiram grandes saltos tecnológicos. Como exemplos temos as Revoluções Industriais dos Séculos XVII e XIX e a Revolução Tecnológica do Século XX. Muitas inovações foram marcantes na época e ainda hoje estão muito presentes, sendo que a das mais marcantes foi o automóvel.

Exibido pela primeira vez em Julho de 1886 em Mannheim na Alemanha [01], por Karl Benz, em pouco mais de um século de história, o automóvel movido a derivados de petróleo tornou-se um elemento marcante na sociedade actual despontando assim grandes mercados económicos, transformando-se no principal meio de locomoção, e ao mesmo tempo, numa das maiores fontes de poluição atmosférica pelo facto de ser o grande e principal consumidor de derivados de petróleo.

Devido ao desenvolvimento dos motores de combustão interna, e mais recentemente ao surgimento dos motores eléctricos, com grande desempenho, passou a haver a necessidade de se estabelecerem variadores de velocidade que se adequassem a cada requisito, como forma de se evitar o desenvolvimento de muitos tipos de motores para se dar resposta a cada função.

Os variadores são usualmente empregados para alterar a velocidade e o binário de saída de um motor e adequá-lo aos requisitos de funcionamento. Com isso começaram a surgir os primeiros variadores de velocidade. O mais comum dos variadores de velocidade é o redutor que tem apenas uma redução fixa.



Outros variadores de velocidade também fazem variar a velocidade de saída em relação à de entrada, mas numa escala flexível. A razão de transmissão pode variar de acordo com a necessidade do utilizador, dentro dos limites entre as razões máxima e mínima do projecto do variador. Por exemplo, pode ter-se uma única rotação na entrada do variador, e ter uma ou mais variações desta rotação na saída do mesmo variador de velocidade. Os variadores e redutores mais comuns, são os sistemas de transmissão mecânica vulgarmente formados por engrenagens, correntes, correias, polias, rodas de atrito, etc.

## **2.4 - A Importância das Simulações Computacionais**

A simulação computacional é um modo de optimização dos componentes que constituem o elemento de estudo. Para se optimizar um sistema mecânico, devem ser escolhidos quais parâmetros de projecto podem ser variáveis, e verificar a influência destes parâmetros no comportamento final do sistema.

A simulação por meio de *software* foi desenvolvida em meados dos anos 60. Naquela época, percebia-se a importância desse tipo de ferramenta, e as facilidades a ela associadas. Fazendo os testes computacionalmente pode-se verificar o comportamento de qualquer variável desejada. Com o uso de modelos numéricos, mais ou menos completos, possibilita-se que haja um grande número de resultados, ficando então ao critério do utilizador interpretar, e se necessário, realizar modificações nos projectos consoante os resultados obtidos.

Outra vantagem das simulações é a possibilidade de se criar alternativas de projecto sem a necessidade da construção de protótipos. Por exemplo, ao invés de se construir diversas caixas de transmissão e montá-las num banco de ensaios, tem-se a alternativa mais prática de se fazer alterações, num modelo matemático pré-existente e a sua simulação.

A importância das simulações prende-se em factores económicos. Sobre os factores económicos pode-se encarar duas vertentes distintas: a dos fabricantes e a dos consumidores. Do ponto de vista dos fabricantes, é notória a luta constante por redução de custos, sendo estes os da construção de um protótipo para testes, às vezes destinado à destruição em *crash-tests*, pode chegar a dezenas de milhares de euros. A construção de um modelo para simulação em computador tem um custo muito mais reduzido.

A ausência de prototipagem diminui a quantidade de lixo industrial produzida, podendo ter impactos positivos para a imagem das empresas. Outro factor, esse ainda mais importante são as restrições ambientais, cada vez maiores nas legislações de cada país e de algumas comunidades.

## **2.5 - A Importância das Transmissões Mecânicas**

Como forma de diminuir o consumo energético nos motores, deseja-se que estes operem na condição de máxima eficiência no binário máximo pelo maior tempo possível. Considerando

que todas as peças móveis do motor, não sofrem alterações significativas de suas propriedades mecânicas durante a sua utilização, pode-se dizer que o ponto de máxima eficiência ocorre quando o binário se situa no seu máximo.

Em alguns casos, estas condições de funcionamento podem não ser as ideais. Nessas situações o importante é a adaptação do binário ou potência, às necessidades imediatas do sistema.

Por consequência as transmissões terão de preencher as seguintes características:

- Produção em massa a baixos custos: assim pode-se viabilizar economicamente sua fabricação;
- Alta eficiência: possibilitando economia de combustível;
- Conforto: sem barulho e variação de aceleração quando a troca de marchas;
- Peso e volume baixos: o próprio peso da transmissão pode tornar essa mesma transmissão, mais ou menos eficiente quando associada ao conjunto global do veículo;
- Pouca necessidade de manutenção: uma transmissão não é considerada economicamente viável, se forem necessárias excessivas acções de manutenção;

As transmissões são classificadas de várias maneiras, tal como no esquema presente na ilustração 2.1.

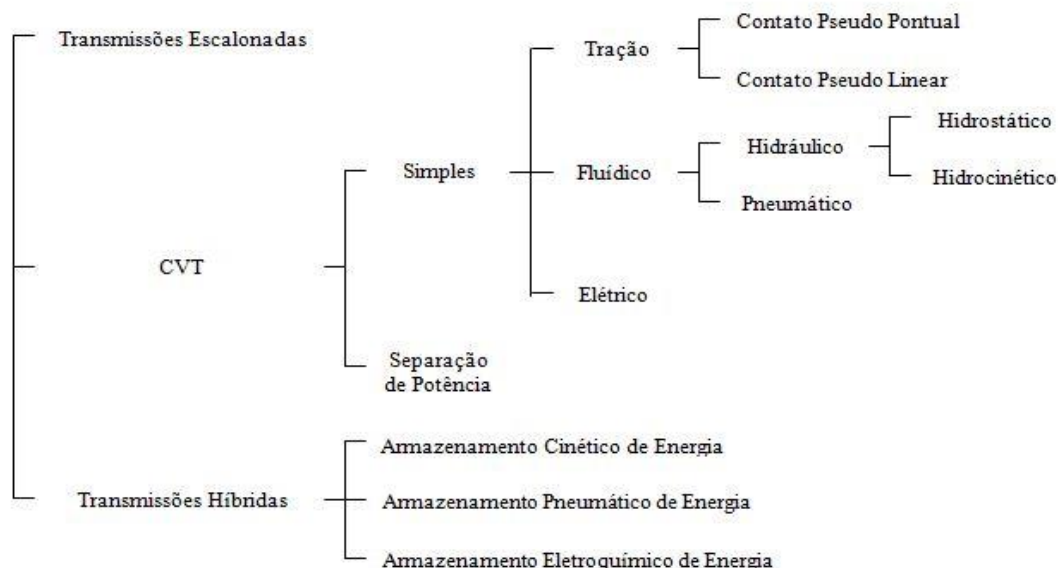


Ilustração 2.1 – Esquematização das famílias das transmissões [02]

## 2.6 – Transmissões e Variadores

Existem vários tipos de variadores de velocidade, de acordo com os diferentes tipos e combinações de transmissões mecânicas possíveis (engrenagens, correntes, correias, rodas de atrito, etc.).

Na família de variadores por meio de engrenagem existem varias combinações tais como, segundo a referência [02]:

- Redutores;
- Variador de engrenagens cilíndricas;
- Variador planetário;
- Variador de engrenagens a rosca sem fim;
- Variador com engrenagens cónicas;
- Variador escalonado de engrenagens;
- Variador com engrenagens substituíveis;
- Variador com “zig-zag” e recondução;
- Variador de inversão;
- Variador de ramificação.

Na família de variadores por meio de corrente existem varias combinações tais como:

- Variador de correntes simples, dupla, tripla e múltipla;
- Variador de corrente de lamelas;
- Redutor Harmónico.

Na família de variadores por meio de correia existem varias combinações tais como:

- Variador simples de polia escalonada:
  - Variador de polia escalonada com correias planas;
  - Transmissão fixa de velocidade com correias em “V”.
- Variador de polias móveis;
- Variador de polia variável com accionamento hidráulico.

Na família de variadores por meio de rodas de atrito existem varias combinações tais como:

- Rodas de atrito constante;
- Rodas de atrito a tração;
- Rodas de atrito cónicas;
- Associação múltipla.



## Capítulo 3

### CVT

#### 3.1 – Histórico do sistema CVT

Data de 1886, o primeiro sistema CVT foi construída por Gotlieb Daimler para a indústria automóvel [03].

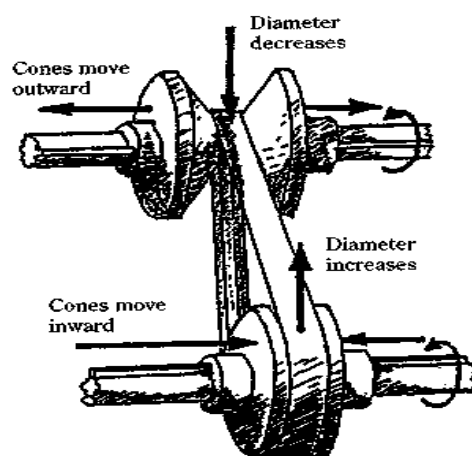


Ilustração 3.1 – Esboço da primeira CVT [03]

A primeira CVT foi encarada como sendo um grande avanço, em termos de economia de combustível, como uma alternativa de menor custo em relação às transmissões convencionais, fazendo assim, com que um número cada vez maior de fabricantes de automóveis tenha produzido, cada vez mais modelos equipados com CVT, com varias funções.

Como foi mencionado, a tecnologia CVT existe já há mais de um século, no entanto, até bem recentemente, era reservada para aplicações industriais, como por exemplo, as que funcionam em tornos ou em fresas industriais. Com a introdução de novos materiais, tais como correias de borracha de alta densidade, aços de alta resistência, lubrificantes especiais e, mais recentemente, sensores e microprocessadores de alta velocidade, é possível a introdução do sistema CVT na indústria automóvel.

A maioria dos sistemas CVT engloba poucos componentes funcionais, arranjados de forma simples e funcional. Uma CVT inclui tipicamente os seguintes grupos de componentes:

- Elementos de geometria variável (polias expansivas; cones excêntricos; esferas e discos de eixo oscilante; translação de discos);
- Dispositivos sensíveis ao binário requerido (cunhas e esferas, etc);
- Dispositivos sensíveis à rotação na saída ou entrada (sistemas massa-mola, sensores de pressão etc);
- Elemento de transmissão de potência (correias, correntes, discos, esferas etc);
- Controladores (mecânicos, electromecânicos, hidráulicos etc).

Mais especificamente na CVT de polias expansivas, tem-se os seguintes elementos:

- Uma correia ou corrente de alta densidade;
- Uma polia móvel com deslocamento controlado;
- Uma polia da movimentação sensível ao torque;
- Um mecanismo de incremento de pressão de contacto.
- Microprocessadores e sensores.

### **3.2 – Comparação entre transmissão manual e a CVT**

Desde que as transmissões de velocidade foram introduzidas, alguns curiosos do mundo automóvel perguntam: qual seria a melhor relação de transmissão para cada automóvel em cada situação? Temos então por exemplo, os mais exigentes, que acham que o certo seria torná-las sempre mais curtas a partir da segunda relação, existem ainda os mais “comodistas” que apreciam o facto de terem surgido as transmissões automáticas, devido ao conforto que estas incrementam à condução.

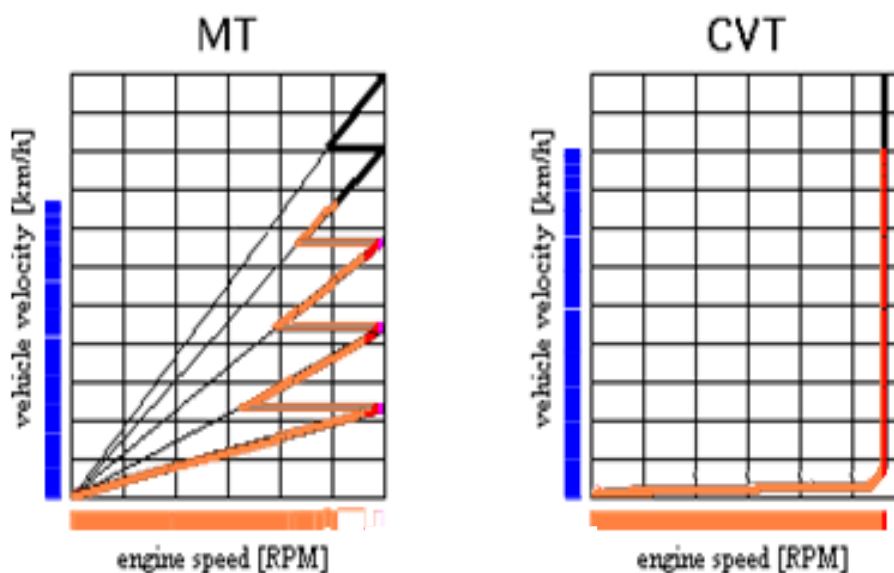
Visto isto, temos que ao se mudar a relação de transmissão de forma manual, por meio de uma alavanca, foi encarado como sendo algo desconfortável, mas mais selectivo tornando-se normal com o passar dos anos.

Com um maior conjunto de relações de transmissão, a Mercedes conseguiu aproximar o ritmo de trabalho do ideal, assegurando maior linearidade à condução [03]. As passagens são mais suaves, pelo facto de o diferencial entre relações de transmissão ser menor, pois foi aumentado o número de escalonamentos.

Tem-se observado que o número de relações tende a aumentar: 8, 9 ou mais, mas isso deverá acontecer principalmente entre as versões automáticas ou sequenciais, e não nas manuais pois torna-se muito difícil encontrar manualmente o regime de funcionamento ideal, sendo que entre os modelos manuais as sete relações de engrenagem, será o máximo aceitável por vários motivos, sendo o principal deles a imposição de uma utilização desportiva.

Observando o mercado de forma ampla, a conclusão a que se pode chegar, é que a aplicação dos modelos CVT é mais do que urgente, por uma questão dos custos, seja solucionada com vantagens para ambos os lados (indústria e consumidor), para proporcionar maior segurança, economia de combustível, maior desempenho do veículo e preservação do meio ambiente, são indispensáveis para a evolução e o crescimento do sector automóvel.

Estudos recentes mostram que uma transmissão CVT, retira um maior aproveitamento da força motora em relação às transmissões manuais e mesmo a algumas automáticas, devido ao facto deste aproveitamento ser feito de forma contínua, temos também que a quando feito de forma constante torna-se ainda mais proveitoso, sendo que este se torna difícil de ser feito, devido ao facto de o aproveitamento dessa força motora ser feito consoante os requisitos de funcionamento, impostos tanto pelo operador como pela envolvente, pois vão variar sempre de forma variável, impondo sempre os seus requisitos e não ser o sistema a controlar essas variáveis de funcionamento, sendo a potência requerida exemplo desse facto.



**Ilustração 3.2 – Comparação entre comportamento de uma transmissão manual e uma CVT [02]**

Como se pode observar facilmente pela ilustração anterior, a CVT, como já foi referido anteriormente, tem um comportamento muito mais contínuo do que uma transmissão manual, sendo que a CVT perde comparativamente à transmissão manual, no início do processo (arranque mais lento), devido ao facto de ainda não ter atingido a relação de transmissão mais adequada, este efeito poderá ser colmatado diminuindo a relação de transmissão inicial, sendo

que a partir desse momento, a CVT obtém uma melhor prestação, pois simula a existência de infinitos picos de relação, devido ao facto que em todas as relações por onde vai passando estará sempre a funcionar no seu máximo, o que vai proporcionar um maior aproveitamento do motor, pois não haverá mudanças bruscas em termos de relações de transmissão.

### **3.3 – Principais Vantagens da CVT versus Transmissões Convencionais**

Neste momento poder-se então neste momento enumerar alguma das principais vantagens, entre o sistema de transmissão CVT e os sistemas de transmissão convencionais, utilizados na indústria constituídas por engrenagens, sendo estas.

- O sistema CVT, é o sistema de transmissão desenvolvido até aos dias de hoje, sendo que a sua gama de relações de transmissão é considerada infinita entre a relação maior e a relação menor, devido ao facto de que este sistema de transmissão tira partido de todas as relações entre os máximos estipulados.
- Devido ao facto de o sistema de transmissão continuo por meio de correia não apresentar o escalonamento nas relações, normal nas transmissões convencionais por meio de engrenagens, este sistema torna-se então muito mais silencioso que os convencionais sistemas de transmissão.
- O motor pode funcionar na faixa de rotação de maior potência, independente da velocidade em que o sistema está a funcionar. Isso resulta em redução de consumo de combustível.
- A aceleração do sistema é constante, sem degraus, desde o repouso até à sua velocidade de cruzeiro, sendo que o solavanco de troca de marcha é eliminado, deixando o movimento do sistema mais suave.
- Há uma melhor resposta a mudanças de condições, como posição do acelerador, velocidade do carro, relevo do trajecto. Isso elimina a selecção de marchas conforme a velocidade diminui e desacelera.
- Existe uma menor perda de potência do que a caixa automática convencional, pois não tem nenhum momento "morto" de transmissão.
- É possível um melhor controlo de faixa de rotação num motor a gasolina, melhorando o controlo de emissões.



## Capítulo 4

### Correia de Transmissão

#### 4.1 – Introdução

As correias, juntamente com as polias são um dos meios mais antigos de transmissão de movimento. A correia em si é um elemento muito flexível, normalmente utilizado para transmissão de potência, entre dois eixos paralelos, estas são fabricadas em várias formas, tamanhos e materiais. Os tipos mais comuns estão apresentados nas ilustrações 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6.

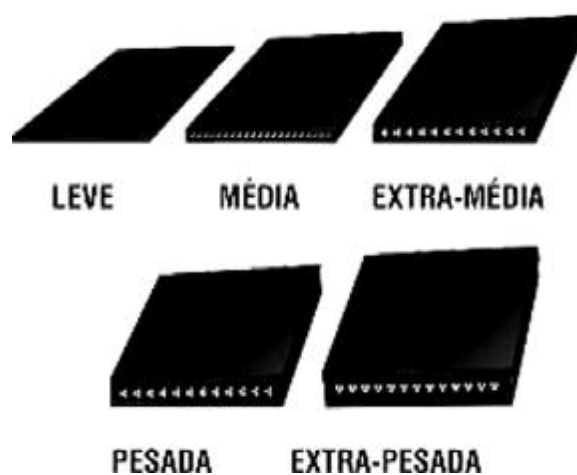


Ilustração 4.1 – Correias planas [04]

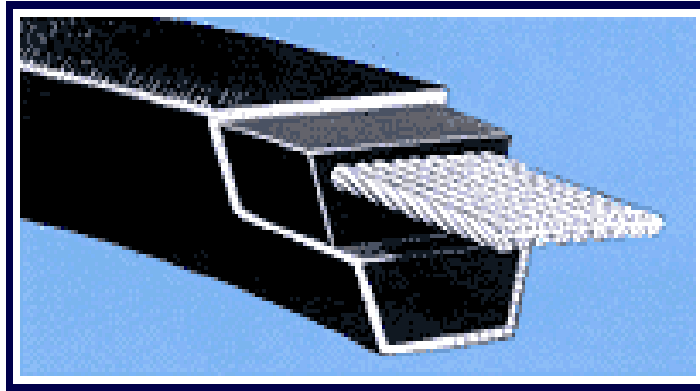


Ilustração 4.2 – Correias trapezoidais “V” [04]

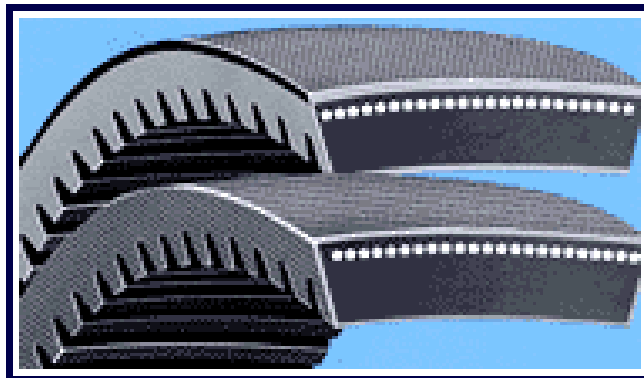


Ilustração 4.3 – Correias sincronizadas [04]

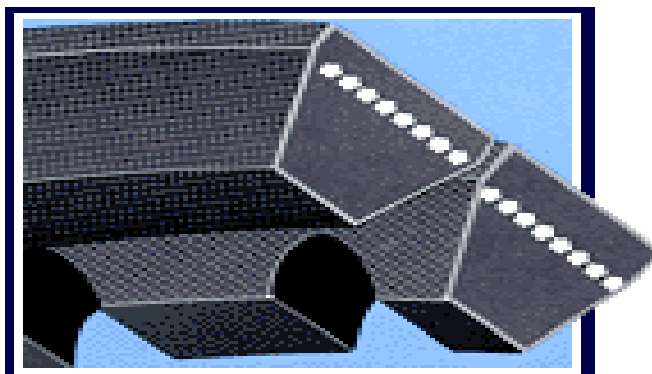


Ilustração 4.4 – Correias duplas [04]

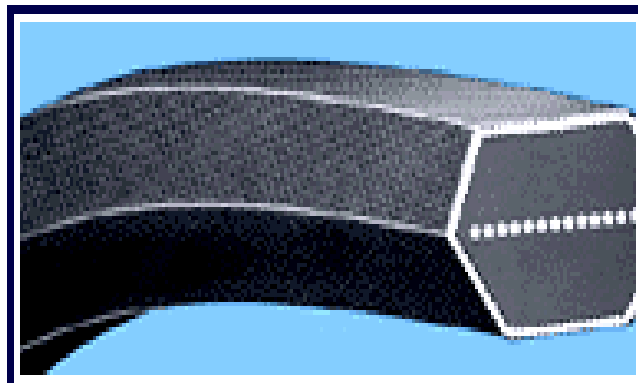
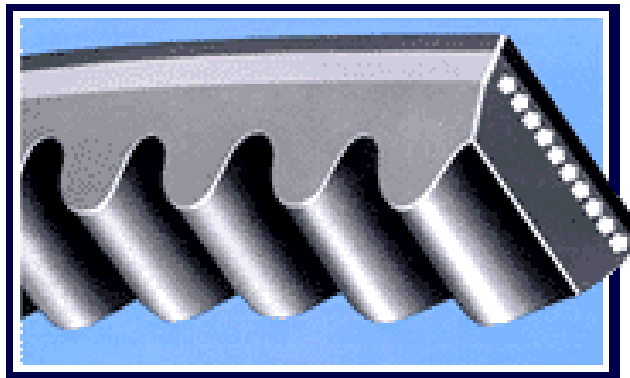


Ilustração 4.5 – Correias hex [04]



**Ilustração 4.6 – Correias de ranhuras [04]**

As correias são largamente utilizadas nas indústrias de máquinas, sendo que são vulgarmente encontradas em diversos equipamentos, desde pequenos aparelhos electrónicos até equipamentos industriais de grande porte.

A grande utilização das correias é devido à sua grande versatilidade, à sua segurança e ainda à economia desta, de acordo com a referência [04].

#### **Razões de versatilidade**

- Permitem grandes variações de velocidade;
- Possibilitam rotações no mesmo sentido (correia aberta) ou em sentidos opostos (correia cruzada);
- Facilidade de variação de velocidade:
  - Contínuo;
  - Descontínuo.

#### **Razões de segurança**

- Reduzem significativamente choques e vibrações, devido à sua flexibilidade e ao material, que proporciona uma melhor absorção de choques e amortecimento, evitando a sua propagação;
- Limitam sobrecargas pela acção do deslizamento (podem funcionar como “fusível mecânico”);
- Funcionamento silencioso.

#### **Razões económicas**

- A existência de muitos padrões;
- A grande facilidade de montagem e manutenção;
- Ausência de lubrificantes;
- Durabilidade, quando adequadamente projectadas e instaladas.

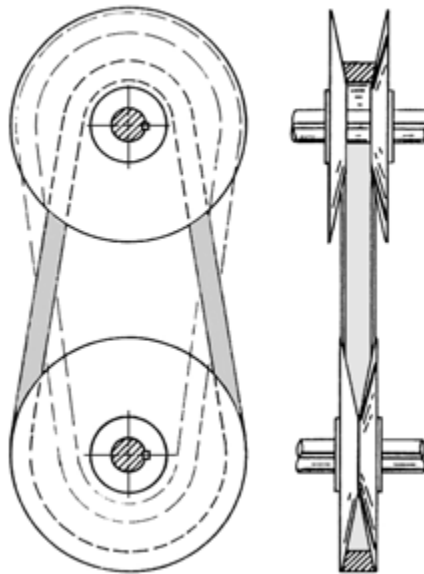


Ilustração 4.7 – CVT de correia trapezoidais [04]

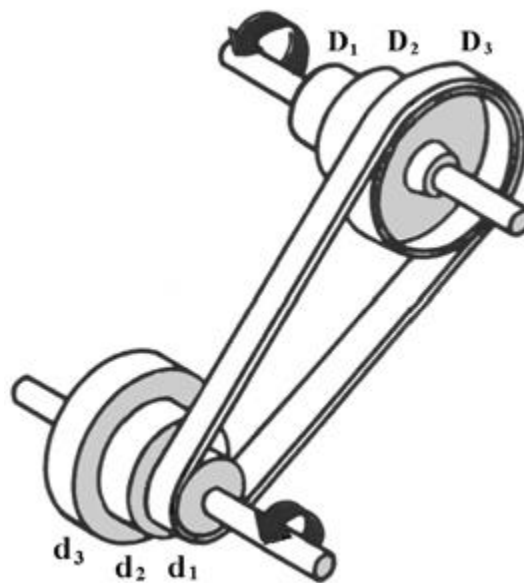


Ilustração 4.8 – Transmissão escalonada de correia plana [04]

## 4.2 – Características e aplicações

### 4.2.1. Características

As principais características das transmissões por correias são, [04]:

- Ser uma transmissão que funciona essencialmente por atrito, sendo que este resulta de uma compressão inicial entre a polia e a correia;
- Adequada para grandes distâncias entre eixos.

#### 4.2.2. Aplicações

Segundo a referência [04], as aplicações são as mais diversas, sendo algumas delas apresentadas abaixo:

*Variadores escalonados de velocidade* - Transmissões por correia, com relação de multiplicação variável em degraus fixos e bem delimitados. Diâmetros das polias devem ser feitos de tal maneira que o comprimento necessário da correia seja suficiente para todos esses degraus.

*Variadores contínuos* – São normalmente utilizados para relação de transmissão (*i*) entre 0,8 e 6, com graduação através do deslocamento axial dos discos cónicos, onde os diâmetros úteis ( $d_m$ ) das polias motriz e motora variam inversamente, de tal forma que se conserva a tensão sem a variação da distância entre os eixos.

#### 4.3 – Princípios de funcionamento

Segundo a referência [09], quando a transmissão está em funcionamento, observa-se que os lados da correia não estão mais submetidos à mesma tensão, isso ocorre uma vez que a polia motora incrementa mais tensão na correia num lado (ramo tenso) do que no outro (ramo “solto”). Essa diferença de tensões entre o lado tenso e o lado frouxo da correia é causadora de uma deformação na correia denominada *creep*, conforme pode se observar na ilustração 4.9 e 4.10.

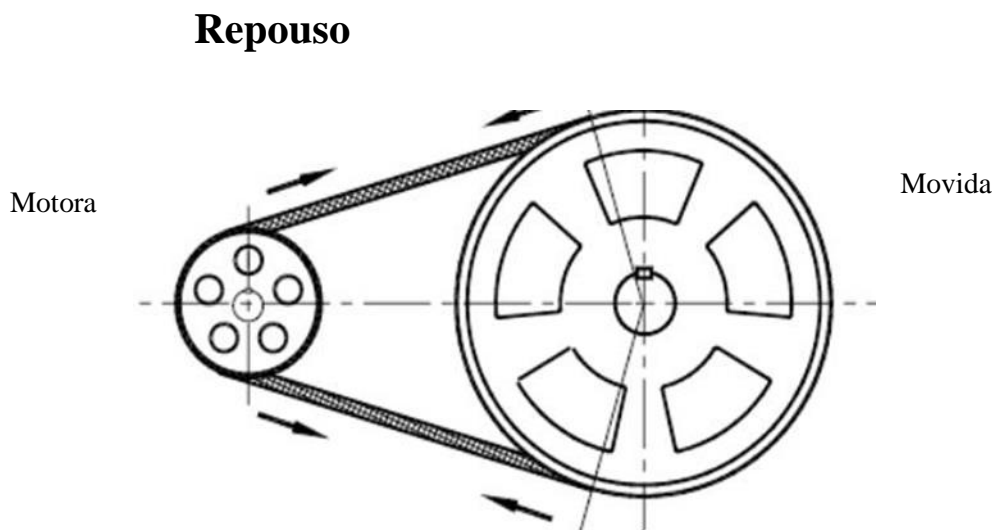


Ilustração 4.9 – Representação do sistema CVT em regime estacionário [04]

## Funcionamento

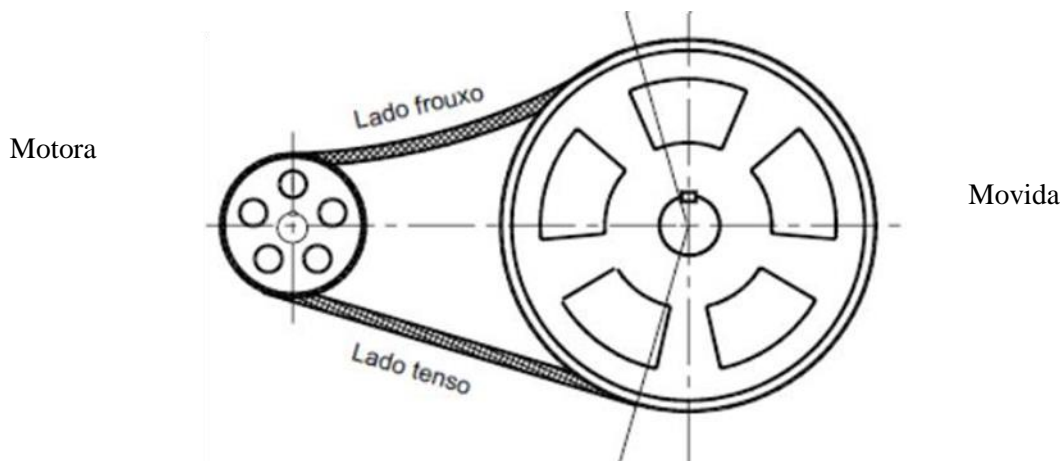


Ilustração 4.10 – Representação do sistema CVT em regime dinâmico [04]

Segundo a referência [04], na polia motora, a correia entra com uma tensão devido ao esforço de rodar a polia movida, e sai frouxa, pois à medida que a correia passa em torno da polia, a tensão diminui gradualmente de  $F_1$  para  $F_2$  e a correia sofre uma contracção também ela gradual. Em consequência disso, a correia deixa a polia motora mais contraída, uma vez que perde um pouco do seu alongamento ao mover-se em torno da polia. Na polia movida, o fenómeno repete-se, mas inversamente.

Outro fenómeno que pode acontecer em transmissões por correias é o deslizamento, sendo que este é consequência de uma tensão inicial insuficiente ou de uma sobrecarga excessiva no eixo resistente, o que causa uma compressão insuficiente da correia sobre a polia, não desenvolvendo o atrito necessário entre elas.

Ambos os efeitos diminuem o rendimento da transmissão. O *creep* é inevitável, pois é consequência da elasticidade do material da própria correia, porém a perda decorrente desse fenómeno é pequena e não afecta de modo substancial a transmissão. O deslizamento, quando excessivo, além de diminuir bastante o rendimento da transmissão, gerar calor capaz de danificar a superfície da correia, diminuindo então o tempo de vida útil da correia, sendo o deslizamento evitado com a aplicação de uma tensão inicial adequada na correia por parte das polias.

### 4.4 – Principais relações, nomenclaturas, definições e simbologia

Segundo a referência [09], a ilustração 4.11 mostra uma transmissão por correia aberta. As principais relações, definições, simbologias e nomenclaturas adoptadas neste trabalho são mostradas a nesta mesma ilustração.

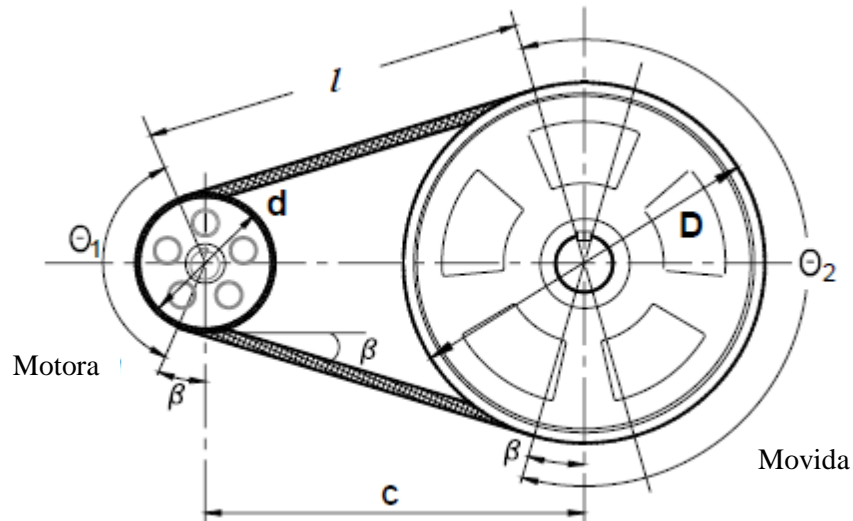


Ilustração 4.11 – Transmissão por correia aberta [04]

- Ângulo de abraçamento [04]

$$\theta_{1,2} = \pi \mp 2 \sin^{-1} \frac{D - d}{2c}$$

- Distância entre centros [04]

$$C = \frac{k + \sqrt{k^2 - 32(D - d)^2}}{16}$$

$$k = 4L - 2\pi(D + d)$$

- Comprimento da correia [04]

$$L_{calculado} = 2c + \frac{\pi}{2}(D + d) + \frac{(D - d)^2}{4c}$$

- Diâmetro médio

$$D_{med} = \frac{D + d}{2}$$

- Relação de transmissão

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D}{d}$$

## 4.5 – Análise e determinação das cargas

Segundo a referência [04], as correias estão submetidas normalmente a dois tipos de tensões: tensão devido à tração e tensão devido à flexão da correia em torno da polia. Na ilustração 4.12 mostra-se a configuração da força normal (N) resultante da tração inicial, que origina a força de atrito ( $\mu \cdot dN$ ) necessária à transmissão.

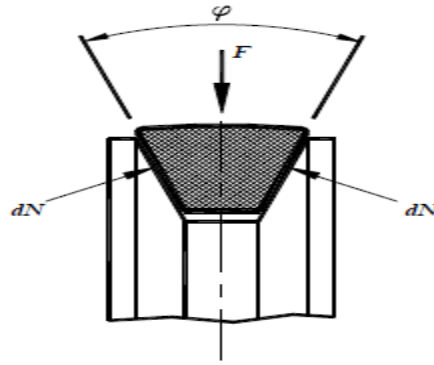


Ilustração 4.12 – Força de atrito entre correia e polia [04]

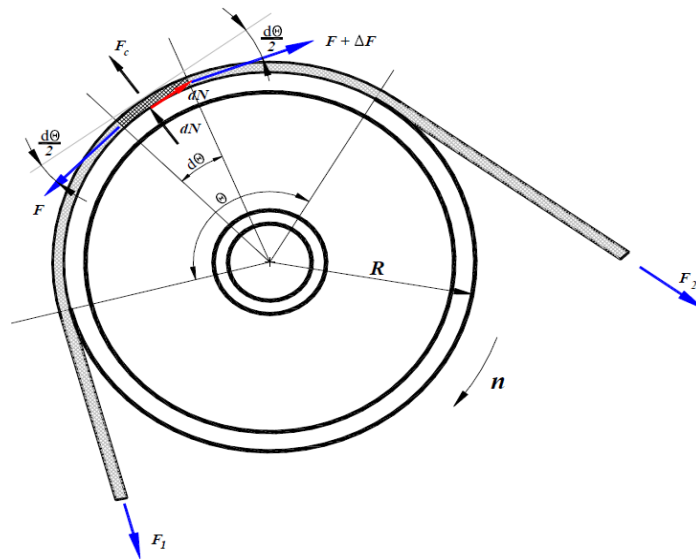


Ilustração 4.13 – Cargas na correia [04]

Algumas análises e definições, baseadas na ilustração 4.13, serão agora feitas.

Definições:

- $F_i$  = Carga inicial ou pré-carga
- $F_1$  = Força no ramo tenso
- $F_2$  = Força no ramo solto
- $R$  = Resultante na correia (carga útil, carga transmitida)

$$R = F_1 - F_2$$

#### 4.5.1 – Carga inicial ( $F_i$ )

Se  $T = 0$  (Parada)  $\Rightarrow R = 0 \Rightarrow F_i = F_1 - F_2$

Se  $T > 0$  (Transmitir)  $\Rightarrow \begin{cases} F_1 = F_i + \Delta F \\ F_2 = F_i - \Delta F \end{cases} \Rightarrow R = 2 \cdot \Delta F$

Assim, para se transmitir potência tem de se aumentar a carga inicial ( $F_i$ )



#### 4.5.2 – Relação entre as cargas nos ramos da correia ( $F_1$ e $F_2$ )

$$\sum F_v = 0 \rightarrow (F + dF) \sin \frac{d\theta}{2} + F \cdot \sin \frac{d\theta}{2} - dN = 0$$

$$\sum F_h = 0 \rightarrow (F + dF) \cos \frac{d\theta}{2} - F \cdot \cos \frac{d\theta}{2} - \frac{\mu}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot dN = 0$$

Como:

$$\cos \frac{d\theta}{2} = 1 \text{ e } \sin \frac{d\theta}{2} = d\theta$$

Logo,

$$(F + dF) \sin \frac{d\theta}{2} + F \cdot \sin \frac{d\theta}{2} - dN = 0 \rightarrow F \cdot d\theta = dN$$

$$(F + dF) \cos \frac{d\theta}{2} - F \cdot \cos \frac{d\theta}{2} - \frac{\mu}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot dN = 0 \rightarrow dF = \frac{\mu}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot dN$$

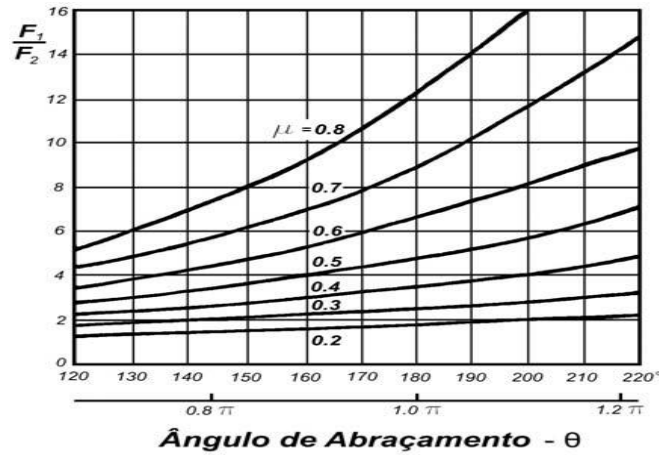
Ficamos então com:

$$dF = \frac{\mu}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot F \cdot d\theta \rightarrow \frac{dF}{F} = \frac{\mu}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot d\theta$$

Integrando ambos os termos:

$$\int_{F_1}^{F_2} \frac{dF}{F} = \int_0^\theta \frac{\mu}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot d\theta \rightarrow \ln \frac{F_1}{F_2} = \frac{\mu}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \theta \rightarrow \frac{F_1}{F_2} = e^{\frac{\mu}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \theta}$$

A equação resultante anteriormente é denominada por equação de Eytelwein [04], sendo esta a equação fundamental no comportamento das correias de transmissão, esta equação representa a relação máxima entre as forças  $F_1$  e  $F_2$ , em que a correia pode operar sem ocorrer deslizamento, estando relacionado com o ângulo de abraçamento e o coeficiente de atrito como se mostra na ilustração 4.14.



**Ilustração 4.14 – Relação entre as forças presentes na correia e o ângulo de abraçamento tendo em conta o coeficiente de atrito [04]**

#### 4.5.3 – Análise da força centrífuga ( $F_c$ )

$$F_{cf} = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{f \cdot b \cdot t \cdot r \cdot d\theta \cdot v^2}{gr} = \frac{f \cdot b \cdot t \cdot d\theta \cdot v^2}{g}$$

$$\frac{F_1 - F_{cf}}{F_2 - F_{cf}} = e^{\frac{\mu}{\sin \frac{\phi}{2}} \cdot \theta}$$

#### 4.5.4 – Carga devido à flexão da correia

As cargas provenientes da flexão da correia em torno da polia, apesar de apresentarem baixos valores, são cíclicas, podendo causar a ruptura da correia por fadiga, sendo que quanto menor a polia, maior a carga [04].

A ilustração 4.15 representa a distribuição das tensões ao longo da correia em uma volta à polia.

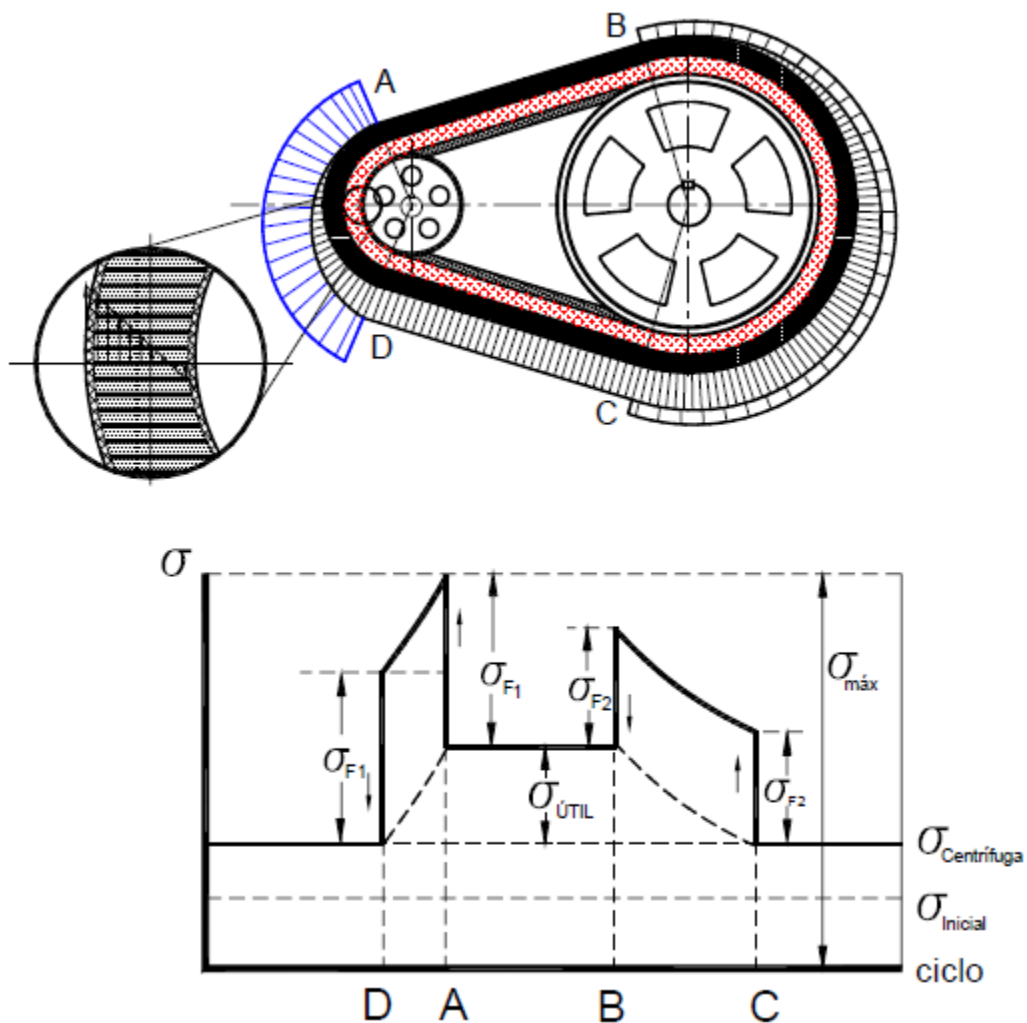


Ilustração 4.15 – Distribuição de tensões ao longo da correia [04]

O diâmetro da polia tem uma enorme importância no trata à vida da correia, tal como se verificou na ilustração 4.15. A tabela 4.1 apresenta o resultado de um estudo no âmbito desse efeito. Pode-se observar que um decréscimo de cerca de 20 % no diâmetro a menos do que o recomendado para a polia implica uma redução da vida da correia na ordem de 70 %.

Menor Diâmetro (D <sub>referencia</sub> =254mm)		Vida da Correia (%)
mm	In	
305	12	260
280	11	165
<b>254</b>	<b>10</b>	<b>100</b>
230	9	59
203	8	30
178	7	15

**Tabela 4.1 – Influência da variação do menor diâmetro da polia sobre a vida da correia [04]**

Temos que ter em conta, que quando da presença de uma tensão inferior à que está estipulada provoca um efeito de escorregamento, o que produz um aumento de temperatura, que vai influenciar negativamente tanto a vida da correia como a face de ambas as polias, sendo que por outro lado uma tensão superior à que está estipulada, provoca uma maior distensão da correia que diminui a vida desta.

#### 4.5.5 – Determinação das cargas

As cargas actuantes nesta transmissão, são determinadas a partir da potência ou binário transmitido.

- Potência:

$$P = T \cdot n \rightarrow (F_1 - F_2) = \frac{K \cdot P}{r \cdot n}$$

$$K \text{ (Factor de conversão)} = \begin{cases} K = 9550 \rightarrow P(kW) \\ K = 7120 \rightarrow P(HP) \\ K = 7026 \rightarrow P(CV) \end{cases}$$

- Equação fundamental das correias:

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{\frac{\mu}{\sin \frac{\phi}{2}} \cdot \theta}$$

# 4.6 – Especificações das correias trapezoidais

## 4.6.1 – Padrão

As correias trapezoidais para a indústria são fabricadas em dois conjuntos de perfis: o perfil *Hi-Power* (A, B, C, D e E) e o perfil PW (3V, 5V e 8 V), conforme mostra as ilustrações 4.16, 4.17 e 4.18.

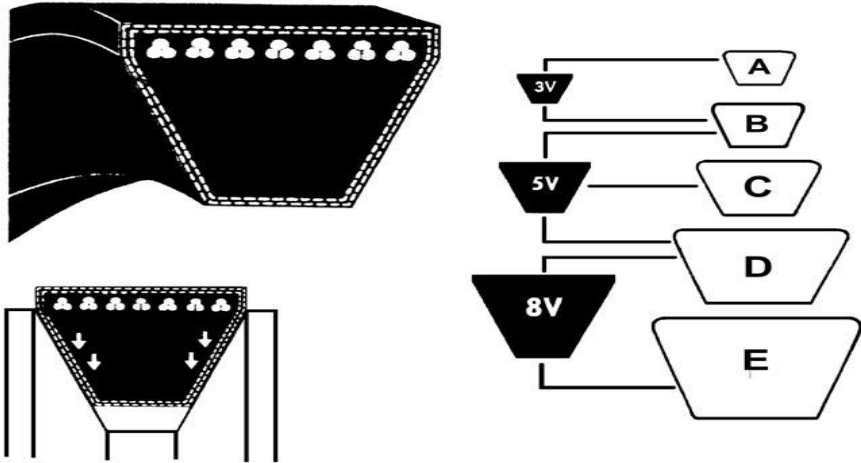


Ilustração 4.16 – Padrão das secções das correias trapezoidais [04]

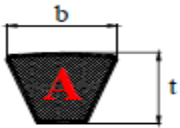


Ilustração 4.17 – Perfil *Hi-Power* (A, B, C, D e E) [04]

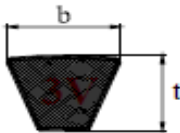


Ilustração 4.18 – Perfil PW (3V, 5V e 8V) [04]

Secção		b [mm]	t [mm]	Menor diâmetro recomendado		
				d <sub>min</sub> [mm]	d <sub>max</sub> [mm]	d <sub>lim</sub> [mm]
Hi-Power	A	13	8	76	127	710
	B	17	11	127	188	1000
	C	22	14	188	330	1600
	D	32	19	330	432	2000
	E	38	23	432	710	2500
PW	3V	9,5	8	68	304	
	5V	16	13,5	180	406	
	8V	25,4	22	320	570	
$\varphi$ entre 28° a 42°						

Tabela 4.2 – Principais dimensões das correias trapezoidais [04]

Na tabela 4.2, pode-se observar quais são os diâmetros máximos e mínimos possíveis para as polias, as dimensões mínimas dos perfis das correias e ainda o intervalo admissível para o ângulo de abertura do perfil da correia.

#### 4.6.2 – Selecção de correias trapezoidais

Segundo a referência [04], o procedimento para a selecção da correia mais adequada, seguem-se os seguintes passos:

1. Determinação da potência exigida pelo projecto;
2. Escolha da secção mais adequada;
3. Cálculo da potência transmitida pela correia;
4. Determinação do comprimento e especificação da correia.

Em seguida vai-se proceder à explicação mais detalhada de cada um destes passos.

##### 1. Potência de Projecto ( $P_{HP}$ ):

Normalmente, numa transmissão, é conhecida a potência da máquina condutora ( $P$ ). Esta deve ser multiplicada por um *factor de serviço*, sendo que este terá de levar em consideração certas condições de funcionamento, tais como, o tipo de arranque, o tempo de funcionamento, a carga, o seu tipo (alternada ou contínua) e o tipo de choque. Quando a potência da máquina conduzida for conhecida esta pode ser utilizada como potência de projecto ( $P$ ) como forma de encontrar a potência de projecto ( $P_{HP}$ ).

$$P_{HP} = P \cdot FS$$

- $P$  é a potência fornecida pelo motor;
- $FS$  é o factor de serviço considerado.

No ANEXO 1 apresenta-se uma tabela com factores de serviço que devem ser considerados quando se tem conhecimento exacto das máquinas motoras e movidas. Caso a transmissão não se encontre entre as listadas, as tabela 4.3 e 4.4 abaixo também terão de ser consideradas, sempre que conhecido o seu valor.

Trabalho	FS	Condição de funcionamento
Leve	1	Uso intermitente, menos de 6 h/dia e sem sobrecarga
Normal	1,2	De 6 a 16 h/dia, com sobrecarga momentânea inferior a 150% da carga nominal
Médio	1,4	De 16 a 24 h/dia, com sobrecarga momentânea inferior a 200% da carga nominal
Pesado	1,6	De 16 a 24 h/dia, com sobrecarga momentânea inferior a 250% da carga nominal
Extrapesado	1,8-2,0	24 h/dia 7 dias por semana, com sobrecarga frequente inferior a 250% da carga nominal

Tabela 4.3 – Factor de serviço referentes as sobrecargas e tempo de utilização [04]

Condições de funcionamento			FS
Ambiente Poeirento			0,1
Ambiente Húmido			0,1
Polia tensor	Ramo Solto	Internamente	0,1
		Externamente	0,1
	Ramo Tenso	Internamente	0,1
		Externamente	0,2
Polia motora maior que a movida			0,2

Tabela 4.4 – Factor adicional a ser somado ao factor de serviço [04]

## 2. Escolha da secção mais adequada:

Na determinação da secção mais adequada a uma transmissão, são utilizados os gráficos presentes nas ilustrações 4.19 e 4.20, sendo que se deve, decidir previamente o tipo de correia a ser utilizado (*Hi-Power* ou *PW*). Em seguida deve-se conjugar da melhor forma a rotação no diâmetro menor e a potência de projecto ( $P_{HP}$ ), calculada no 1º passo. A região onde estiver a intersecção mostrará o perfil de correia mais indicado para os requisitos.

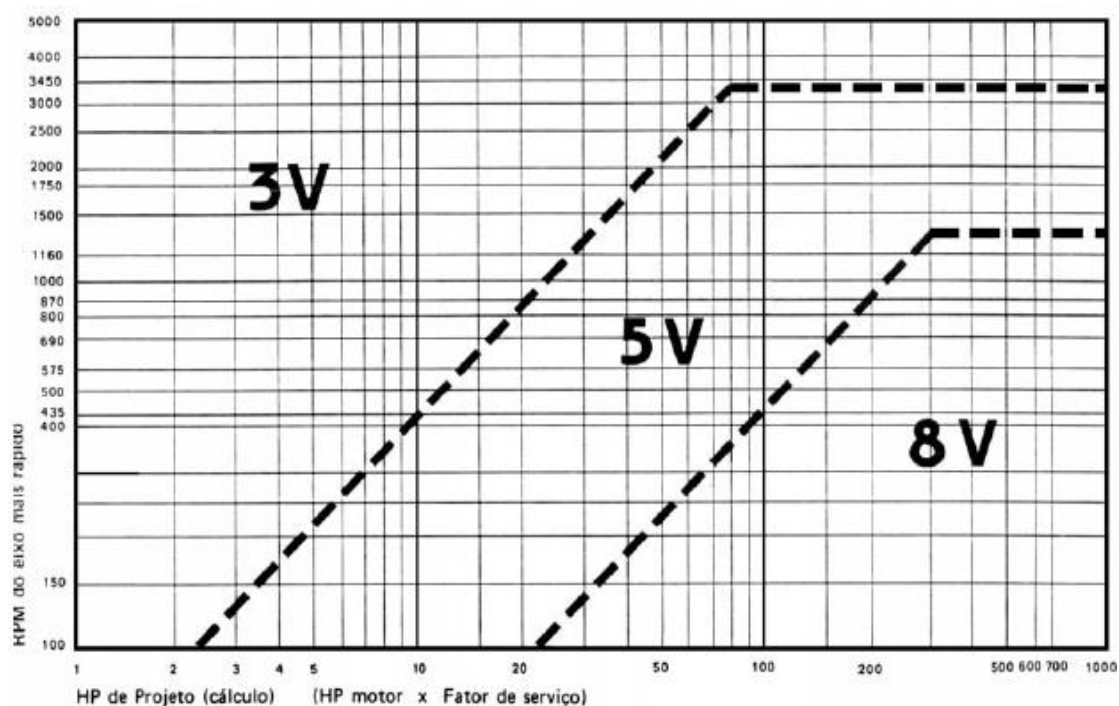


Ilustração 4.19 – Gráficos para selecção da seção das correias PW (3V, 5V e 8V) [04]

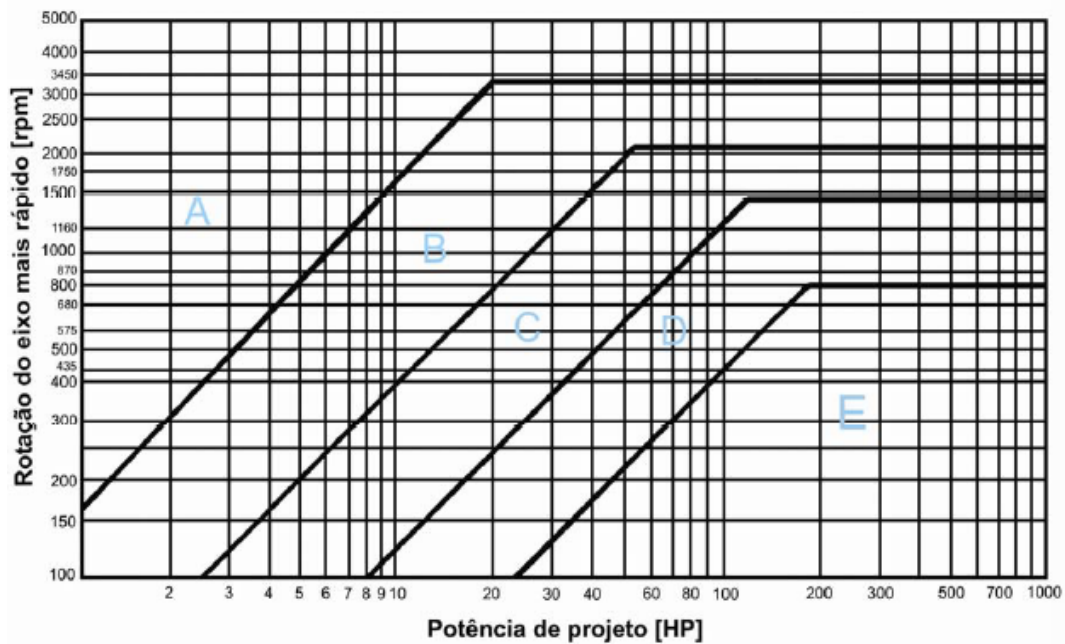


Ilustração 4.20 – Gráficos para selecção da seção das correias Hi-Power (A, B, C, D e E) [04]

### 3. Potências por Correias ( $P_{corr}$ ):

A próxima etapa consiste na determinação da potência que uma correia, com o perfil determinado no passo anterior, pode transmitir.

Esta potência é determinada pelo fabricante, através de ensaio realizado com polias de canais iguais (arco de contacto igual a  $180^\circ$ ), comprimentos médios e factor de serviço igual a 1.

O segundo método consiste em determinar-se a potência que uma correia pode transmitir, porém através de equações, tabelas e gráficos fornecidos nos catálogos dos fabricantes.

A seguir será apresentado o processo de selecção baseado no catálogo da *Goodyear*.

Determina-se a potência que uma correia poderá transmitir ao longo da sua vida útil através da seguinte equação.

$$P_{corr} = (HP_{básico} + HP_{adicional}) \cdot F_L$$

Onde:

- $HP_{básico}$  é a capacidade que a correia tem para transmitir caso as polias apresentem o mesmo diâmetro;
- $HP_{adicional}$  é um factor de correcção aplicado a quando de haver uma diferença entre os diâmetros das polias ( $i \neq 1$ ).

Assim sendo:

- $HP_{básico} = f(\text{perfil, diâmetro, rotação})$ ;
- $HP_{adicional} = f(\text{perfil, diâmetro, rotação, } i)$ .

Sendo ambos são obtidos directamente da tabela presente em todo o ANEXO 3.

O valor de  $F_L$  é um facto de correcção para o comprimento da correia e seu perfil, sendo esse obtido da seguinte forma:

- Determina-se o comprimento ideal da correia usando a seguinte formula:

$$L = 2c + \frac{\pi}{2}(D + d) + \frac{(D - d)^2}{4c}$$

- Escolher a partir desse valor ideal, um valor padrão para o comprimento através da tabela do ANEXO 2.

O valor de  $F_L$  é então obtido através da tabela seguinte.

Tamanho	A	B	C	D	E
26	0,78				
31	0,82				
35	0,85	0,8			
38	0,87	0,82			
42	0,89	0,84			
46	0,91	0,86			
51	0,93	0,88	0,8		
55	0,95	0,89	0,81		
60	0,97	0,91	0,83		
68	1	0,94	0,85		
75	1,02	0,96	0,87		
80	1,04	0,97	0,88		
81	1,045	0,98	0,89		
85	1,05	0,99	0,9		
90	1,07	1	0,91		
96	1,08	1,01	0,92		
97	1,09	1,02	0,93		
105	1,1	1,03	0,94		
112	1,12	1,05	0,95		
120	1,13	1,06	0,96	0,86	
128	1,15	1,08	0,98	0,89	
144		1,1	1	0,91	
158		1,12	1,02	0,93	
173		1,14	1,04	0,94	
180		1,15	1,05	0,95	0,92
195		1,17	1,06	0,96	0,93
210		1,18	1,07	0,98	0,95
240		1,22	1,1	1	0,97
270		1,24	1,13	1,02	0,99
300		1,27	1,15	1,04	1,01
330			1,17	1,06	1,03
360			1,18	1,07	1,04
390			1,2	1,09	1,06
420			1,21	1,1	1,07
480				1,13	1,09
540				1,15	1,11
600				1,17	1,13
660				1,18	1,15

Tabela 4.5 – Factor de correcção [04]



#### 4. Comprimento da Correia (L):

Para finalizar a parte referente à especificação da correia basta determinar seu comprimento. É necessário então conhecer previamente a distância entre os centros das polias (c). Caso esta seja desconhecida a seguinte relação pode utilizar-se:

$$C = \frac{2D}{3}$$

Calcula-se então o comprimento ideal da correia através da seguinte equação:

$$L_{calculado} = 2C + \frac{\pi}{2}(D + d) + \frac{(D - d)^2}{4c}$$

Em seguida ter-se-á de estipular uma correia padronizada, através do ANEXO 2, passando esse a ser o comprimento real da correia.

$$L_{calculado} \rightarrow \text{ANEXO 2} \rightarrow L_{real}$$

Agora e tendo em conta que o comprimento real achado para o elemento correia é diferente do inicialmente calculado, ter-se-á de calcular a nova distância entre eixos, sendo esta a real distância entre estes:

$$C_{real} = \frac{k + \sqrt{k^2 - 32(D - d)^2}}{16}$$

Em que temos de considerar a constante k equivalente a:

$$k = 4L_{real} - 2\pi(D + d)$$

#### **4.7 – Estimativa de vida da correia**

Através da referência [04], após todo o processo de especificação, segue-se uma estimativa da vida dessa correia deverá ser feita. O ponto mais importante é a análise da ordem de grandeza dessa vida. Se ela não atender os parâmetros que são exigidos no projecto estes parâmetros podem ser alterados a fim de se obter uma alternativa possível.

Os principais factores que influenciam a vida de uma correia são: as cargas de tração e de flexão, o número de picos de carga e os efeitos centrífugos. Baseado nestes conhecimentos, algumas observações podem ser feitas: quanto menor o diâmetro da polia e o comprimento e quanto maior a velocidade, mais severa é a transmissão e será menor a vida da correia. Estes factores normalmente estão embutidos na capacidade de transmissão das correias.

Na ilustração 4.21, que representa o gráfico de distribuição de carga por ciclo na correia, pode-se observando os pontos críticos, sendo estes os C e D, podendo-se determinar a intensidade dos picos de carga.

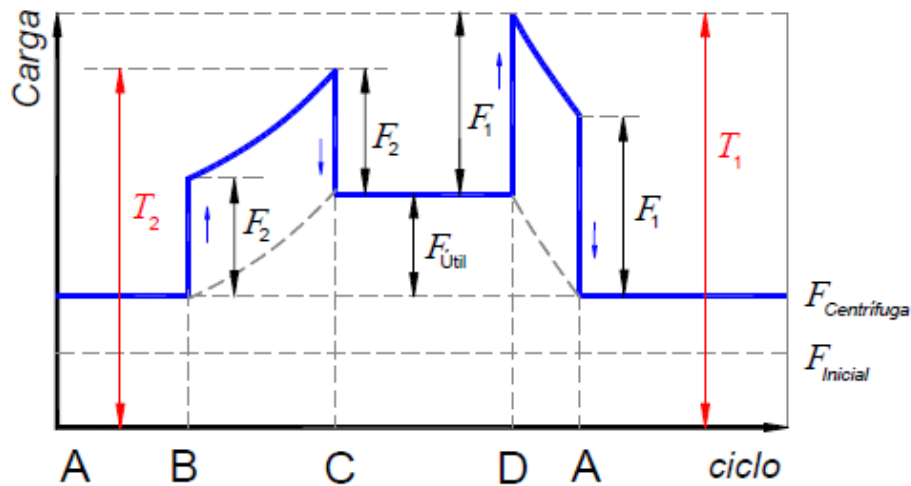


Ilustração 4.21 – Ciclo de carga da correia

- No ponto D:

$$T_1 = F_1 + F_c + F_{Flex1}$$

- No ponto C:

$$T_2 = F_2 + F_c + F_{Flex2}$$

Onde temos que:

- $F_1$  e  $F_2$  são as trações no ramo tenso e no ramo frouxo, respectivamente;
- $F_{Flex1}$  e  $F_{Flex2}$  são as cargas devido à flexão em torno da polia;
- $F_c$  é a carga gerada pelo efeito centrífugo.

Segundo Spotts, M.F. [05] o cálculo das cargas devido à flexão e efeitos centrífugos é feito da seguinte forma:

$$F_{Flex1} = \frac{K_b}{d} \quad F_{Flex2} = \frac{K_b}{d}$$

$$F_{cf} = K_c \cdot \left( \frac{V}{1000} \right)^2$$

$$M_1 = \left( \frac{Q}{F_1} \right)^x \quad M_2 = \left( \frac{Q}{F_2} \right)^x$$

Onde  $M_1$  e  $M_2$  são o número de picos que de carga  $F_1$  e  $F_2$ , que a correia é capaz de suportar, sendo que os valores de  $K_b$ ,  $K_c$ ,  $Q$  e  $x$  estão especificados na tabela 4.6.

Secção	$K_b$	$K_c$	$Q^*$	$x^*$
A	24,87	96610,8	674	11,089
B	65,11	166184,4	1193	10,924
C	180,85	295515,4	2038	11,173
D	642,01	2378262,5	4208	11,105

Tabela 4.6 – Valores de  $K_b$ ,  $K_c$ ,  $Q$  e  $x$  (\* $F_1$  e  $F_2$  deverão estar em  $lb_f$ ) [04]

Assim sendo a vida da correia é determinada usando regra de Palmgren-Miner, em que se enuncia que o número de ciclos que uma correia suporta é dado por [04]:

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \rightarrow N = \frac{M_1 \cdot M_2}{M_1 + M_2}$$

Podemos então explicitar que o inverso do número de ciclos a que a correia resiste ao longo da sua vida útil, é igual ao somatório do inverso do número de picos de carregamento.

Existe então a necessidade de exprimir este valor em termos de tempo de utilização, visto que tem um comportamento cíclico ao longo de um período é possível estimar a sua vida útil em termos de horas de utilização pela seguinte equação [04].

$$N_h = \frac{N \cdot L}{(720 \cdot V)}$$



## **Capítulo 5**

### **Modelação e Performance da CVT**

#### **5.1 – Introdução**

Com o desenvolvimento do mercado da CVT, exige-se que as suas características sejam completamente conhecidas e constantemente optimizadas. Todos os anos aumentam o número de sistemas em que se utilizam o sistema CVT. Essa transmissão permite uma manipulação mais suave, além disso, por ser mais compacto, a CVT é mais leve e ocupa um menor espaço. As suas características também permitem um maior desempenho e economia de energia. Dos vários tipos de CVT existentes, optou-se pela modelagem computacional do sistema de polias expansivas (diâmetro variável) e correia quase estático. Sabendo, que as transmissões são parte do sistema de força, o modelo irá incluir as características de entrada do sistema, binário, frequência e rotação e todos os componentes de uma transmissão automática que utilize CVT. O objectivo inicial é determinar o comportamento dinâmico e o posicionamento da correia. Se a correia está realmente em determinada posição de funcionamento ou não, conhecer seu tempo de resposta quanto à estabilização numa posição solicitada, saber se está a transmitir a potência na relação de transmissão desejada em para cada situação, conhecer as forças que estão envolvidas neste sistema. E saber se o próprio sistema CVT está a ser usado de uma forma óptima ou não, conhecendo-se a influência de cada componente, a sua forma de accionamento, se com possíveis alterações destes componentes ou até mesmo nas combinações de diferentes tipos de accionamento poderá influenciar no seu comportamento e desempenho geral.

Com uma análise dinâmica do sistema conhece-se o comportamento dinâmico da transmissão. Apresentando-se as formulações e equações de movimento, que representam as

interações e os comportamentos dinâmicos dos vários componentes do sistema de transmissão. A partir desta modelação, pode-se estimar o desempenho do sistema equipado com esse tipo de transmissão, sendo desta forma possível otimizar o aproveitamento da energia de entrada em relação à de saída do sistema [06].

## 5.2 - Modelação da CVT

A modelação deste sistema de transmissão, será pensada de forma a representar os componentes de um sistema de forma simples, ou seja de forma discreta, mas que sirvam de base para modelos mais complexos. Assim sendo, pode-se conhecer e identificar mais facilmente cada componente e suas representações matemáticas.

Um sistema CVT terá de possuir uma correia que vai ligar as duas polias. À medida que os discos das polias se afastam, a correia vai mudando o seu posicionamento em relação aos discos das polias. Com movimentos contínuos, as polias alteram sensivelmente a relação de transmissão, como se existissem relações de transmissão infinitas, dentro do intervalo onde as relações de transmissão vão variar, de um valor mínimo até a um valor máximo, oferecida pela CVT. A partir do instante em que a polia motora está totalmente fechada, a CVT mantém este valor de relação de transmissão como constante, daí em diante a rotação na saída do sistema vai variar somente com rotação de entrada na CVT.

A Ilustração 5.1 mostra um modelo simplificado de um sistema de transmissão.

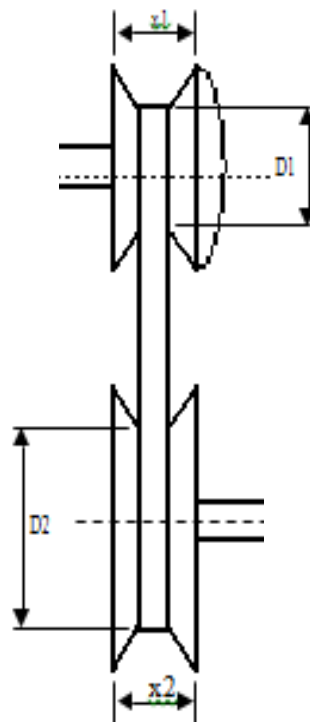


Ilustração 5.1 – Modelo ilustrativo de uma CVT [07]

Na ilustração 5.2 está representada a forma como funciona um sistema CVT, sendo que esta representação apresenta-se sob a forma de fluxograma.

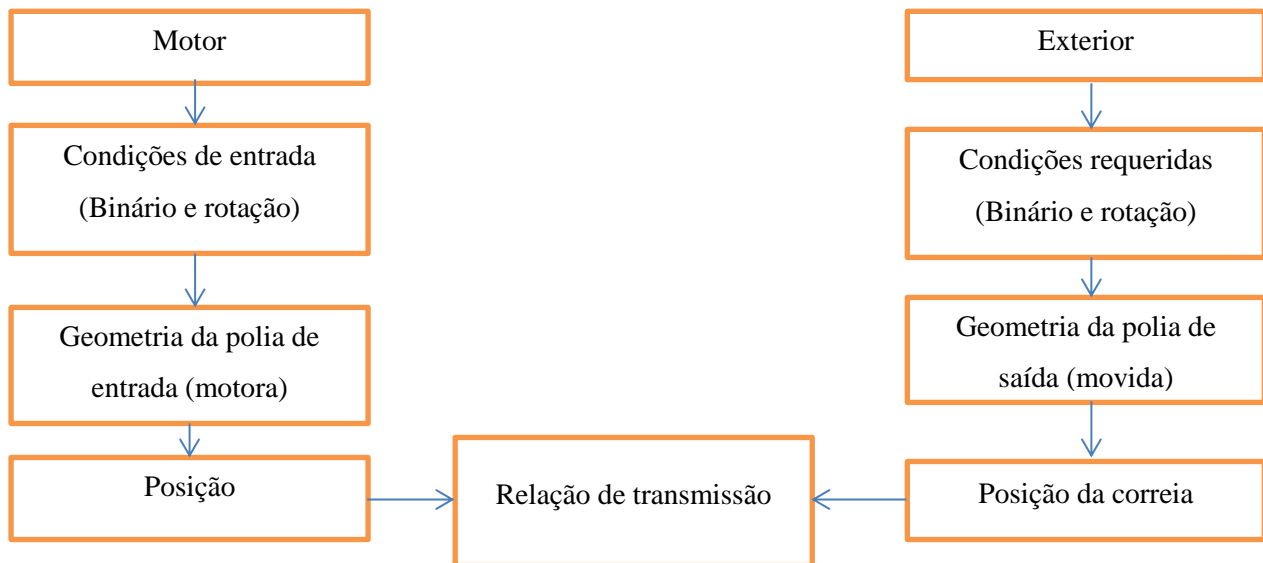


Ilustração 5.2 – Fluxograma do processo de transmissão de energia por uma CVT

Tendo em conta o sistema automóvel, pode-se então sistematizar todo o processo recorrendo à ilustração 5.3.

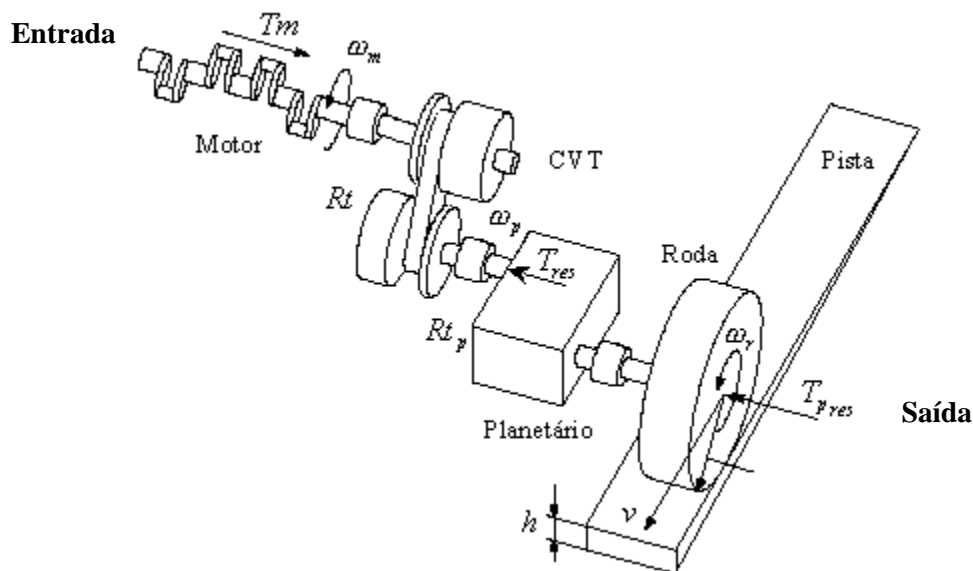


Ilustração 5.3 – Modelo ilustrativo do sistema CVT num automóvel [08]

- $T_m$  – Binário transmitido pelo motor;
- $\omega_m$  – Rotação de saída do motor;
- $R_t$  – Relação de transmissão na CVT;
- $\omega_p$  – Rotação de saída da CVT;
- $R_{tp}$  – Relação de transmissão do planetário;

- $T_{res}$  – Torque resistivo implementado à CVT;
- $\omega_r$  – Rotação de saída do sistema;
- $v$  – Velocidade linear resultante;
- $T_{pres}$  – Binário resistivo aplicado ao planetário;
- $h$  – Incremento de altura incrementado pelo declive;

Recorrendo à ilustração 5.3, poder-se-á obter varias conclusões, em termos de comportamento da correia, a quando de uma entrada variável com o tempo ou mesmo a quando de uma saída instável ao longo do tempo, sendo que nos apercebemos que as respostas vão ser normalmente variáveis com o tempo, o que fará com que a posição da correia se altere com essa mesma variação, como forma de apresentar sempre a melhor resposta à solicitação existente.



## Capítulo 6

### Estudo dinâmico

#### 6.1 – Introdução

O termo dinâmico descende do grego “*dynamike*”, cuja sua interpretação literal é “forte”. No domínio da física, a dinâmica entende-se como sendo um ramo muito amplo da mecânica, que se dedica ao estudo do movimento de um sistema, e as causas desse mesmo movimento.

Uma força aplicada a um corpo poderá ser transformada em momento, quando aplicada com uma componente tangencial à fronteira do corpo.

$$M = F_t \times r$$

Onde:

- M – Momento
- $F_t$  – Componente tangencial da força aplicada
- r – Braço

Este mesmo momento, tem a vertente de se transformar em binário, se a mesma força em módulo for aplicada em sentido contrário no lado oposto da roda de leme.

$$B = F_t \times d$$

Os princípios básicos da dinâmica foram formulados por Galileu Galilei (1564 – 1642) e posteriormente por Sir Isaac Newton (1643 – 1727), porém foi Newton quem os enunciou da forma como os conhecemos nos dias de hoje.

## 6.2 – Vibração

A vibração é o movimento de um ponto a oscilar em torno de um outro ponto de referência. O número de vezes que ocorre um ciclo completo num determinado tempo é chamado de frequência, indicada em Hertz (Hz). As vibrações mecânicas podem ser medidas em aceleração (unidade SI: metros por segundo ao quadrado), velocidade (unidade SI: metros por segundo) ou deslocamento (unidade SI: metros). Para a medição de vibrações em máquinas, são comuns as seguintes unidades:

- Aceleração: metros por segundo ao quadrado ( $\text{m/s}^2$ ), g (1g equivale a, aproximadamente, 9,8065 metros por segundo ao quadrado);
- Velocidade: metros por segundo ( $\text{m/s}$ ), polegadas por segundo (ips);
- Deslocamento: micrómetros (1 micrómetro equivale a 0,001mm), mils (1 mil equivale a 0,001").

O instrumento utilizado na medição de vibrações utiliza um sistema de tradução de vibrações mecânicas em sinais eléctricos.

A análise de vibrações, tem uma importância fundamental para as diversas áreas da engenharia. A análise de vibrações pode ajudar na manutenção preditiva de máquinas, construção de grandes obras de engenharia civil, estudos de resistência de materiais, entre outros.

Existem assim, dois tipos de vibrações, as vibrações não amortecidas e as vibrações amortecidas, sendo que o seu comportamento padrão esta representado graficamente na ilustração 6.1.

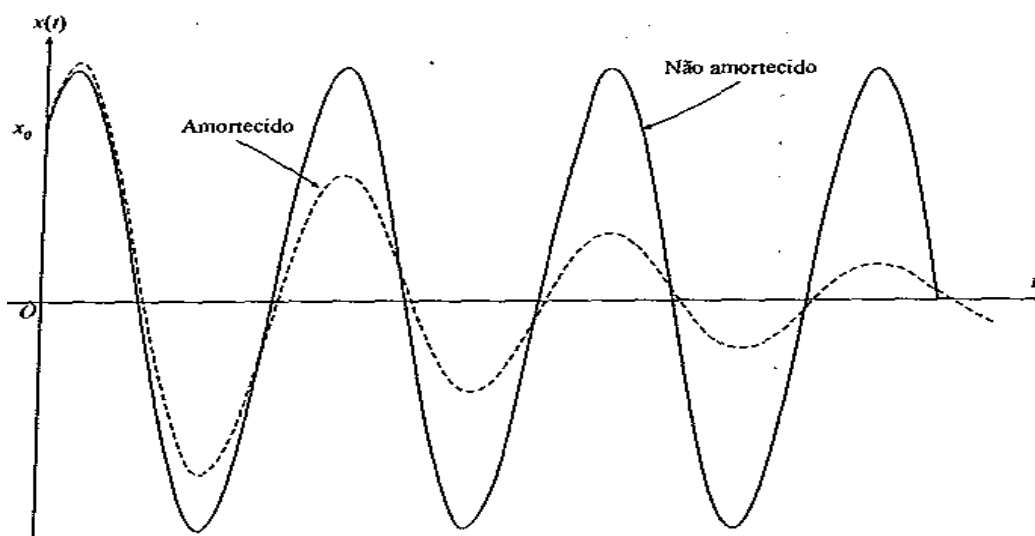


Ilustração 6.1 – Comparação entre vibração amortecida com a vibração não amortecida [11]

### 6.2.1 – Vibração não amortecida

Denomina-se de vibração não amortecida, aquela em que a sua energia vibratória não se vai dissipando ao longo do tempo, de tal forma a que o seu movimento vibratório vai permanecer imutável ao longo do tempo, ou seja a sua amplitude de vibração vai permanecer constante com o decorrer do tempo.

Este tipo de vibrações pode ser então, simplificado num sistema de massa e mola, sendo então a força exercida pela mola na massa representada pela seguinte fórmula:

$$F_m = kx$$

Sendo que:

- $F_m$  – Força da mola
- $k$  – Constante da mola
- $x$  – Deslocamento

Ficando então a equação de equilíbrio de forças:

$$F_I + F_m = 0$$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

Em que:

$$\ddot{x} = a$$

Sendo que:

- $F_I$  – Força de inércia
- $m$  – Massa do sistema
- $a$  – Aceleração (segunda derivada da posição)

Esta equação é uma equação diferencial de segunda ordem, uma vez que  $\ddot{x}$  representa a aceleração e por sua vez a segunda derivada da posição, em seguida neste mesmo capítulo iremos resolver esta mesma equação.

A ilustração 6.2 representa um movimento vibratório não amortecido.

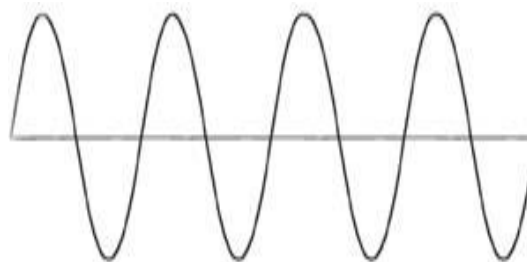


Ilustração 6.2 – Gráfico de um movimento vibratório não amortecido [10]

### 6.2.2 – Vibração amortecida

A vibração amortecida é aquela em que a sua energia vibratória se vai dissipando ao longo do tempo, de tal forma que os seus níveis vibratórios diminuem progressivamente, podendo chegar ao ponto de repouso ou ter um aumento de energia de vibração ao chegar a um

nível limite de energia de vibração, ou seja, um sistema é amortecido quando a sua amplitude de vibração não é constante ao longo do espaço temporal admitido.

Este tipo de vibrações pode ser simplificado num sistema de massa e mola juntamente com um elemento de amortecimento, sendo então a força exercida pela mola na massa representada pela seguinte fórmula:

$$F_c = cv$$

Sendo que:

- $F_c$  – Força de amortecimento
- $c$  – Constante de amortecimento
- $v$  – Velocidade (primeira derivada da posição)

Ficando então a equação de equilíbrio de forças:

$$F_l + F_c + F_m = 0$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

Em que:

$$\dot{x} = v$$

Esta equação é uma equação diferencial de segunda ordem, uma vez que  $\ddot{x}$  representa a aceleração e por sua vez a segunda derivada da posição, o elemento  $\dot{x}$  representa a velocidade e por sua vez a primeira derivada da posição, em seguida neste mesmo capítulo iremos resolver esta mesma equação .

A ilustração 6.3 representa um movimento vibratório amortizado.

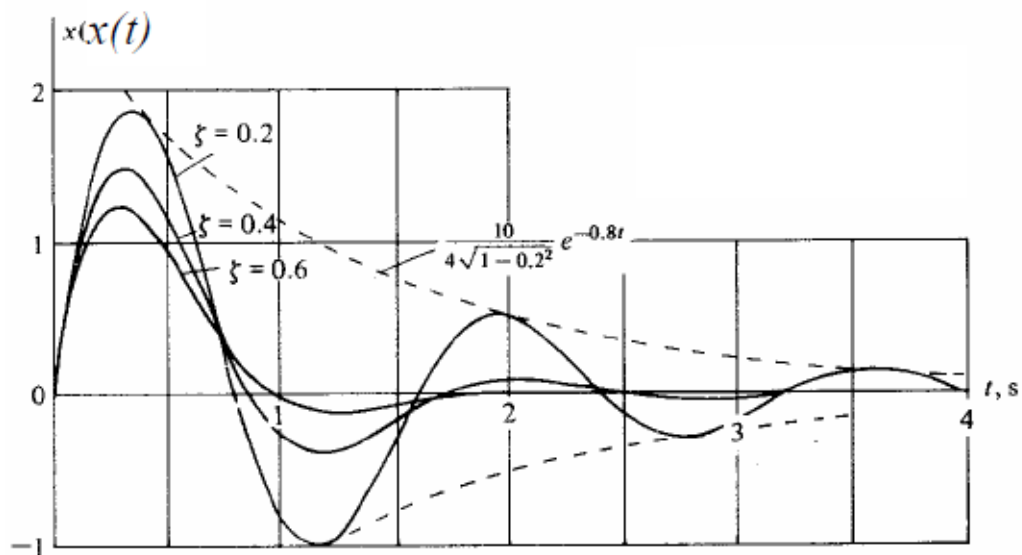


Ilustração 6.3 – Representação gráfica consoante o factor de amortecimento [11]

### 6.2.3 – Tipos de frequências

A frequência é uma grandeza física ondulatória que indica o número de ocorrências de um evento (ciclos, voltas, oscilações, etc.) em um determinado intervalo de tempo.

Alternativamente, podemos medir o tempo decorrido para uma oscilação. Este tempo em particular recebe o nome de período (T). Desse modo, a frequência é o inverso do período.

Na ilustração 6.4, mostra-se a diferença dos períodos entre duas ondas sinusoidais.

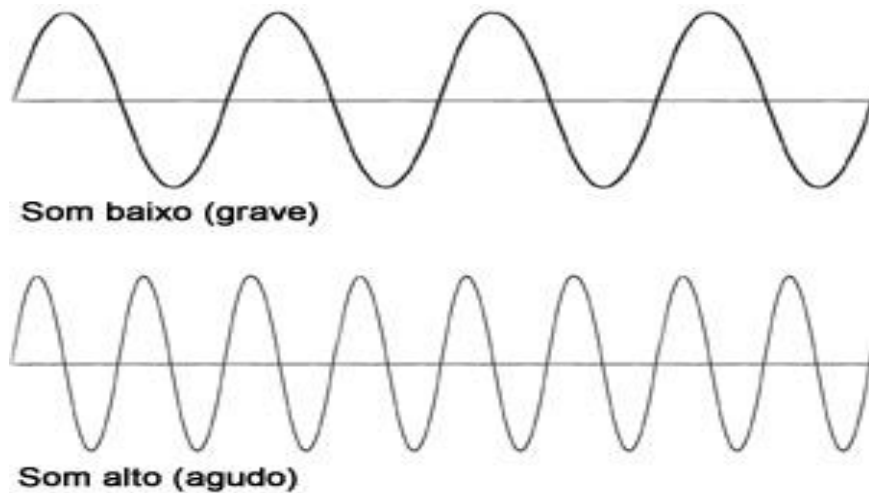


Ilustração 6.4 – Diferença de frequência numa onda com a mesma amplitude [10]

$$f = \frac{1}{T}$$

Em que:

- $f$  – Frequência de uma onda
- $T$  – Período de uma onda

#### 6.2.3.1 – Frequência Natural

Qualquer sistema material tem uma ou mais frequências nas quais "gosta" de vibrar, sendo estas as frequências naturais de vibração do sistema. Quando o sistema é "excitado" por algum agente externo de uma das suas frequências naturais, dá-se um fenómeno denominado por ressonância: o sistema vibra nessa frequência com amplitude máxima, só limitada pelos inevitáveis amortecimentos.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Em que:

- $\omega_n$  – Frequência natural [rad/s]

Os valores de  $k$  e  $m$  são dependentes do material e da forma que o corpo se apresenta.

#### 6.2.3.2 – Ressonância

Ao ocorrer um fenómeno de ressonância vibratória num sistema mecânico, verifica-se o aumento da amplitude da onda de vibração do sistema, o que ao ocorrer poderá levar ao colapso do mesmo.

O fenómeno de ressonância deve-se ao facto de a um sistema com uma dada frequência natural, é aplicada uma determinada força com igual frequência, como é possível de verificar na seguinte equação.

$$\omega_n = f$$

Durante um fenómeno de ressonância vibratória verifica-se um aumento da amplitude da onda, como se mostra na ilustração 6.5.

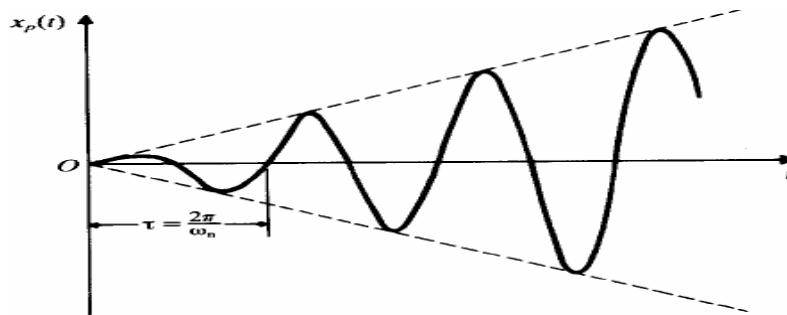


Ilustração 6.5 – Fenómeno de ressonância [11]

### 6.2.3.3 – Batimento

O fenómeno denominado por batimento, ocorre quando a frequência da força aplicada se aproxima da frequência natural do sistema, encontrando-se o sistema na eminência de entrar no regime do fenómeno de ressonância, anteriormente descrito.

$$\omega_n \approx f$$

Teremos então uma frequência de batimento resultante da subtracção da frequência natural à frequência da força aplicada

$$f_b = \omega_n - f$$

Em que:

- $f_b$  – Frequência de batimento.

Sendo que neste fenómeno a amplitude de vibração do sistema, não se mantendo constante com o tempo, tendo um ponto máximo, como se representa graficamente na ilustração 6.6.

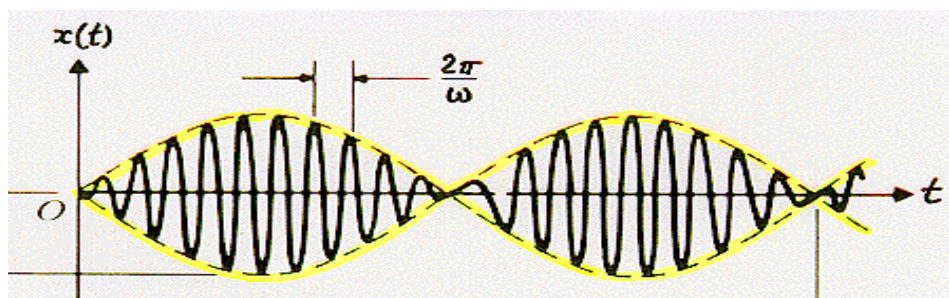


Ilustração 6.6 – Fenómeno de batimento [11]

#### 6.2.4 – Graus de liberdade

Define-se como graus de liberdade de um corpo, como sendo o numero de deslocações independentes num dado referencial, como tal um corpo pode ter até três graus de liberdade na sua vertente independente (x, y e z), pelo facto de que os três eixos são independentes entre si, podendo o corpo ter ainda mais três graus de liberdade, estando estes relacionados com a sua vertente de rotação independente ( $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\phi$ ), pelo mesmo facto da explicação anterior estes mesmos eixos de rotação são independentes entre si, ficando as possibilidades para os graus de liberdade representados na ilustração 6.7.



Ilustração 6.7 – Graus de liberdade [10]

### 6.3 – Sistema CVT

#### 6.3.1 – Esquema básico de uma CVT

A ilustração 6.8 apresenta-se o modelo contínuo de uma CVT, utilizando uma correia como modo de transmitir a potência de um cone para outro.

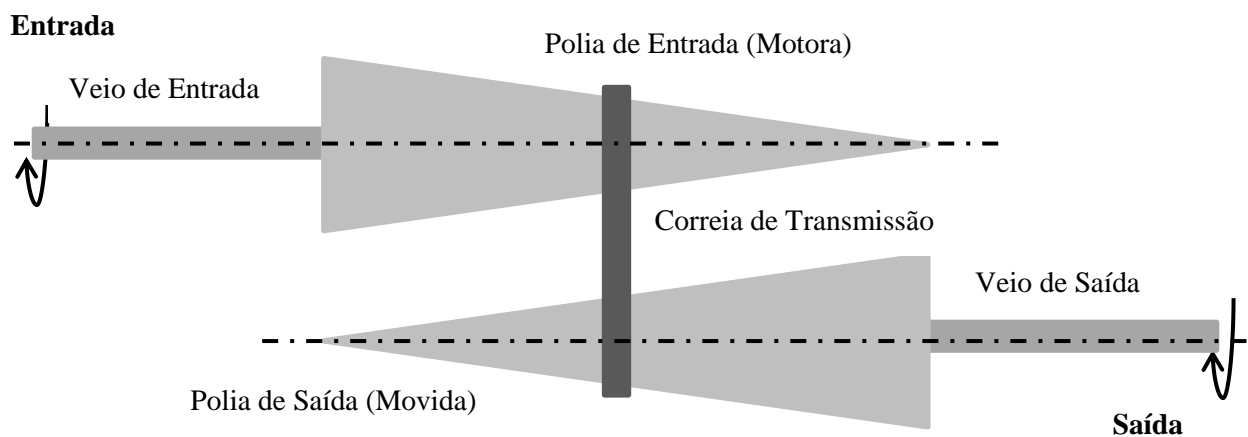


Ilustração 6.8 – Esquema de uma CVT

Como se pode observar na ilustração 6.8, estão representados os principais elementos que contribuem para o desempenho dinâmico do sistema de uma CVT, sendo estes os seguintes:

- Veio de entrada
- Polia de entrada (Motora)

- Correia de transmissão
- Polia de saída (Movida)
- Veio de saída

### 6.3.2 – Calculo Dinâmico Geral

#### 6.3.2.1 – Elementos do sistema

No cálculo dinâmico têm de ser estudados todos os elementos individualmente, de modo a poder definir correctamente todo o sistema no âmbito do seu comportamento dinâmico.

Temos então:

- Sistema de entrada:

Denomina-se como sistema de entrada, e não como corpo de entrada, pelo facto de que é composto pelo veio de entrada mais a polia de entrada, tal como se representa na ilustração 6.9.

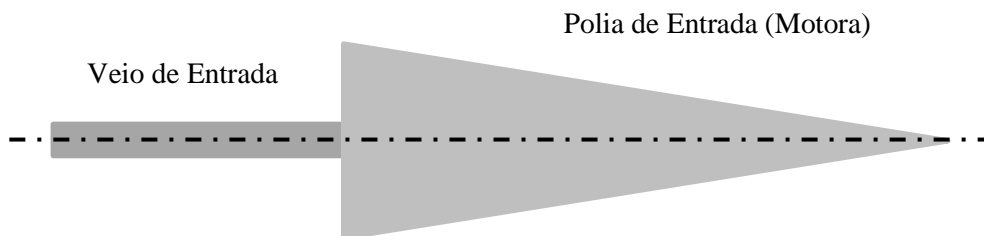


Ilustração 6.9 – Sistema de entrada

- Correia de transmissão:

A correia de transmissão é então um corpo, sendo que em termos dinâmicos irá ter um comportamento de um sistema, pois dinamicamente esta subdivide-se em vários elementos de massa constante ligados entre si por elementos de ligação, tais como molas e amortecedores, representado nas ilustrações 6.10 e 6.11.

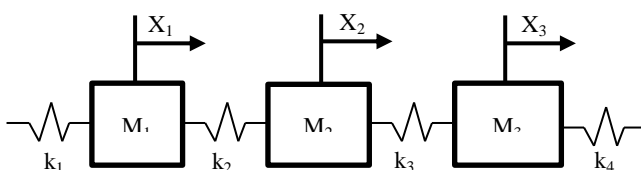


Ilustração 6.10 – Subdivisão da correia em elementos (modelo discreto)

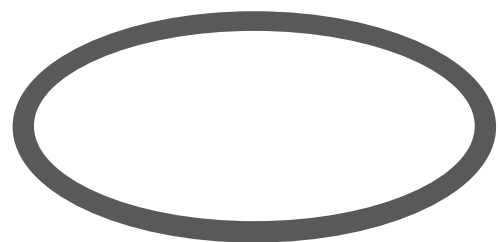


Ilustração 6.11 – Correia (modelo contínuo)

- Sistema de saída:

Tal como o sistema de entrada, este também se denomina como sendo um sistema de saída, devido ao facto de ser um conjunto de dois corpos (veio de saída e polia de saída), tal como se representa na ilustração 6.12.



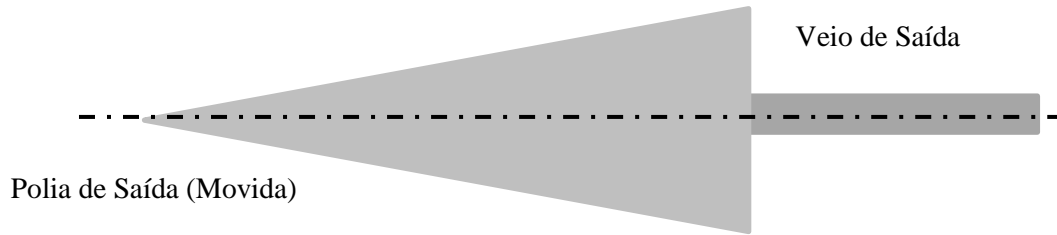


Ilustração 6.12 – Sistema de saída

### 6.3.2.2 – Considerações relevantes

Nesta fase ir-se-á assumir varias considerações relevantes para o cálculo dinâmico do sistema CVT, tai como:

- O elemento correia de transmissão poder-se-á subdividir em  $n$  elementos, sendo que todo o sistema dinâmico ficará intimamente ligado a essa gama de valores, sendo que este ponto é assumido, devido ao facto de essa subdivisão ficar à consideração dos requisitos de projecto e do próprio executante desse mesmo projecto, pois a correia poderá variar numa ampla gama de valores de comprimentos e pesos, inerentes ao perfil e ao código da mesma, tal como é explícito nas tabelas em anexo.

$$m_{correia} = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum_{i=1}^n m_i$$

- Os elementos da correia, serão unicamente definidos entre os pontos de contacto da correia com as polias, no ramo tenso, pelo facto de este ser o que é utilizado para a transmissão efectiva do movimento.
- O sistema de entrada e de saída, será encarado como um corpo único, pois será estudada a resposta dinâmica de todo o sistema CVT, é encarado que as ligações veio/polia são rígidas, não entrando então como ligação.
- No cálculo dinâmico assumir-se-á que os veios de entrada e saída terão massa desprezável, devido ao facto desta não ser relevante, perante a massa do elemento polia associado ao mesmo, sendo que não se irá desprezar a sua rigidez torsional, servindo este como elemento de transmissão de potência de entrada e de resistência a saída.
- Todos os elementos, serão encarados como sendo um sistema de massa mola (sistema não amortecido), para que seja encarado o facto de que cada elemento tem uma eficiência dinâmica, que essa deve-se ao facto de que cada um dos elementos do sistema irá vibrar, sendo que essa mesma vibração não poderá aproximar-se da frequência natural, devido ao risco de colapso.
- Em todo o sistema admite-se uma única possibilidade para o deslocamento de todos os corpos, tal como se apresenta no modelo discreto representado em seguida na ilustração 6.13.

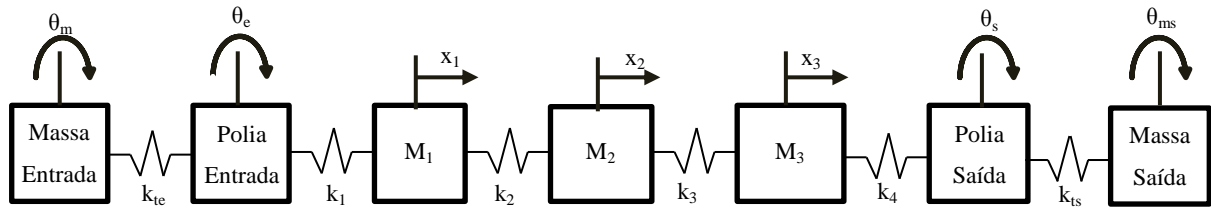


Ilustração 6.13 – Modelo discreto do sistema

### 6.3.2.3 – Equações dinâmicas de cada elemento do sistema

Nesta parte ir-se-á definir todas as equações dinâmicas de cada elemento do sistema, tais como.

- Sistema de entrada
- Correia de transmissão
- Sistema de saída
- Sistema Global

#### 6.3.2.3.1 - Sistema de entrada e saída

Os sistemas de entrada e de saída, podem ser encarados como sendo iguais pelo facto que apresentarem a mesma tipologia de movimento como tal e tendo em conta as considerações anteriores, e ainda que são sistemas torsionais, temos então a seguinte equação.

$$J_0 \ddot{\theta} + k_t \theta = 0$$

Em que:

- $J_0$  – Momento de inércia polar da polia
- $k_t$  – Constante da mola torsional associado ao sistema

Sendo que:

$$J_0 = \frac{1}{2} m_{polia} r_{polia}^2 = \rho h_{polia} \frac{\pi D_{polia}^4}{32}$$

Em que

- $m_{polia}$  – Massa da polia
- $r_{polia}$  – Raio da polia
- $h_{polia}$  – Altura da polia
- $\rho$  – Densidade do material da polia
- $D_{polia}$  – Diâmetro máximo da polia

Temos ainda que:

$$k_t = \frac{GJ}{l} = \frac{G \pi D_{veio}^4}{l 32}$$

Em que:

- $l$  – Comprimento do veio
- $D_{veio}$  – Diâmetro do veio

Podemos então considerar que  $k_t$  se deve á torção do veio e  $J_0$  à inércia que a polia apresenta à rotação.

Resolvendo a equação diferencial de segunda ordem apresentada inicialmente.

$$J_0 \ddot{\theta} + k_t \theta = 0$$

Sabemos que  $\theta$  vai ser uma função em ordem ao tempo e que vai apresentar a sua solução do tipo

$$\theta(t) = C e^{st}$$

Pela transformada de Laplace temos que:

$$J_0 s^2 + k_t = 0$$

$$s = \sqrt{-\frac{k_t}{J_0}} = \sqrt{-\omega_n^2} = \pm i\omega_n$$

Substituindo na solução geral, esta vai apresentar a seguinte forma.

$$\theta(t) = C_1 e^{i\omega_n t} + C_2 e^{-i\omega_n t}$$

Sendo que:

$$e^{\pm i\omega_n t} = \cos(\omega_n t) \pm i \sin(\omega_n t)$$

Substituindo e simplificando:

$$\theta(t) = C_1 \cos(\omega_n t) + C_2 \sin(\omega_n t)$$

Em que:

- $C_1$  – Constante de integração 1
- $C_2$  – Constante de integração 2

Estas constantes de integração são dependentes das condições iniciais.

Sendo então esta a solução geral da equação, podendo esta ainda ser mais simplificada, apresentado a seguinte forma.

$$\theta(t) = C \cos(\omega_n t - \beta)$$

Em que

- $\beta$  – Ângulo de fase

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{C_2}{C_1} \right)$$

$$C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$$

Sendo possível calcular as suas derivadas para chegar as constantes de integração.

$$\dot{\theta}(t) = -\omega_n C \sin(\omega_n t - \beta)$$

$$\ddot{\theta}(t) = -\omega_n^2 C \cos(\omega_n t - \beta)$$

Sabendo que quando o sistema se encontra na posição inicial.

$$\theta(t = 0) = \theta_0$$

$$\dot{\theta}(t = 0) = \dot{\theta}_0$$

Temos que as constantes vão adoptar os seguintes valores inicialmente.

$$C_1 = \theta_0$$

$$C_2 = \frac{\dot{\theta}_0}{\omega_n}$$

Podemos então calcular mais detalhadamente  $C$  e  $\beta$ .

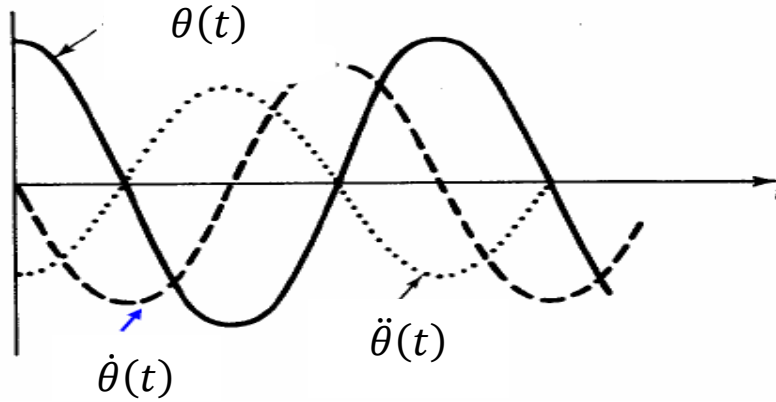
$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{C_2}{C_1} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{\dot{\theta}_0}{\theta_0 \omega_n} \right)$$

$$C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = \sqrt{\theta_0^2 + \left( \frac{\dot{\theta}_0}{\omega_n} \right)^2}$$

Chega-se então à solução geral da equação diferencial referente ao movimento do sistema de entrada e saída, para este tipo de comportamento.

$$\theta(t) = \sqrt{\theta_0^2 + \left( \frac{\dot{\theta}_0}{\omega_n} \right)^2} \cos \left( \omega_n t - \tan^{-1} \left( \frac{\dot{\theta}_0}{\theta_0 \omega_n} \right) \right)$$

Podemos então traçar uma representação gráfica em geral como se apresenta na ilustração 6.14.



**Ilustração 6.14 – Representação gráfica geral para a posição, velocidade e aceleração do sistema em causa [11]**

#### 6.3.2.3.2 – Correia de transmissão

A correia de transmissão, pode ser encarada como sendo um conjunto de  $n$  elementos, predefinidos pelos requisitos de projecto, assim estes mesmos elementos estarão sempre ligados, entre si por elementos de ligação, tais como molas e/ou amortecedores, tendo como base as considerações anteriores pode-se escrever a seguinte equação dinâmica para cada um dos elementos, considerando estes como sendo ligados por meio de molas.

$$m_i \ddot{x}_i + k_i (x_i - x_{i-1}) + k_{i+1} (x_i - x_{i+1}) = 0$$

Que se tem de escrever da seguinte forma

$$m_i \ddot{x}_i - k_i x_{i-1} + x_i (k_i + k_{i+1}) - k_{i+1} x_{i+1} = 0$$

Resolvendo-se da forma matricial:

$$[m]\{\ddot{x}(t)\} + [k]\{x(t)\} = 0$$

Em que:

$$m = \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & m_i \end{bmatrix}$$

Esta matriz irá apresentar igual número de linha ao de colunas, sendo esse valor o valor de divisões.

Sendo que:

$$m_1 = m_2 = \cdots = m_i = \frac{m_{correia}}{i}$$

Temos também que:

$$k = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -k_{i-1} & (k_{i-1} + k_i) & -k_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_i & (k_i + k_{i+1}) \end{bmatrix}$$

Esta matriz irá apresentar igual número de linha ao de colunas, sendo esse valor o valor de divisões.

Sendo que:

$$k_1 = k_2 = \cdots = k_i$$

Os vectores:

$$x(t) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_i \end{Bmatrix}$$

$$\ddot{x}(t) = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \vdots \\ \ddot{x}_i \end{Bmatrix}$$

Sabendo que:

$$x(t) = X \cos(\omega_n t - \beta)$$

Derivando temos que:

$$\dot{x}(t) = -\omega_n X \sin(\omega_n t - \beta)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega_n^2 X \cos(\omega_n t - \beta)$$

Podemos então escrever a equação:

$$[m]\{\ddot{x}(t)\} + [k]\{x(t)\} = 0$$

#### 6.3.2.3.3 – Sistema global CVT

Considerando neste momento o sistema global CVT, enuncia-se então, o sistema de equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico do sistema CVT. O ponto

levantado na enunciação anterior mantem-se, pois o grau de liberdade da correia será sempre definido pelos requisitos de projecto, como tal o sistema global irá sempre ter  $i$  graus de liberdade. Assim, neste momento tem que se acrescentar uma massa na entrada e na saída para que sejam introduzidos momentos de entrada e seja possível retirar valores de saída como forma de serem retirados os dados finais do sistema, tal que o sistema será representado pelas ilustrações 6.15 e 6.16.

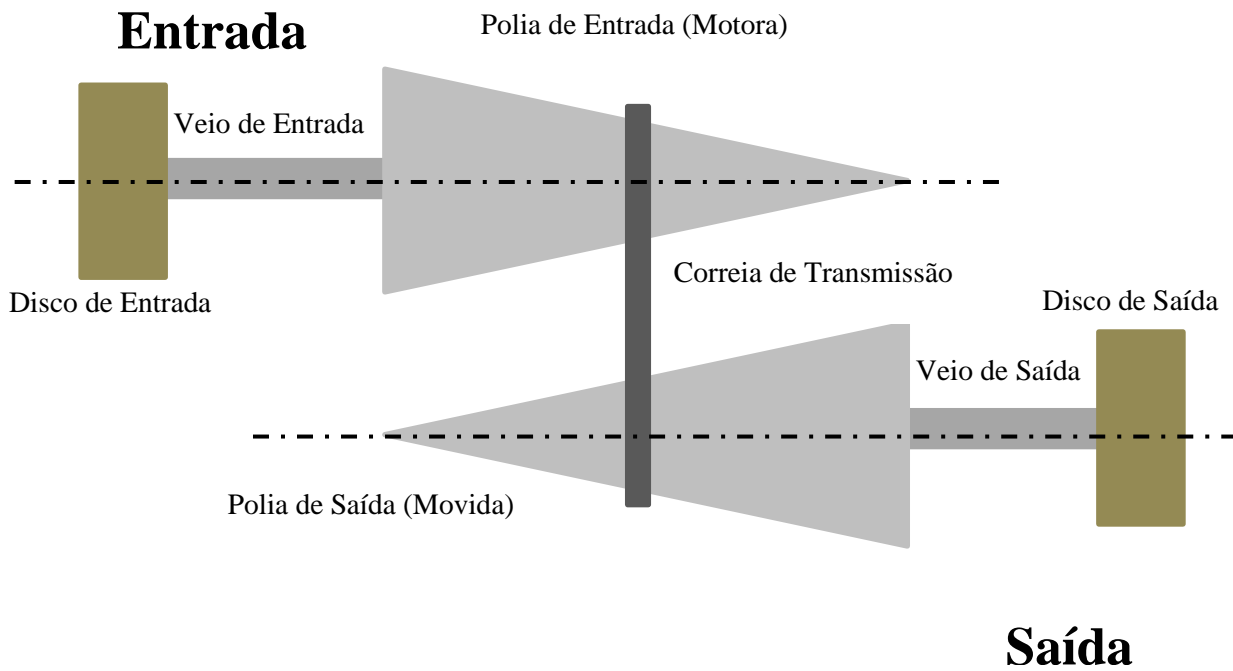


Ilustração 6.15 – Modelo contínuo

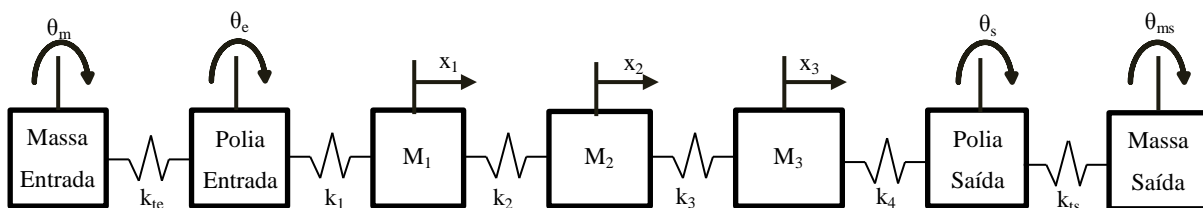


Ilustração 6.16 – Modelo discreto

Com base neste sistema discreto, presente na ilustração 6.16, pode-se então enunciar todo o sistema de equações representativas do movimento.

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{0m}\ddot{\theta}_m + k_{te}\theta_m - k_{te}\theta_e = 0 \\ J_{0e}\ddot{\theta}_e - k_{te}\theta_m + \theta_e(k_{te} + k_1r_e^2) - k_1r_ex_1 = 0 \\ m_1\ddot{x}_1 - k_1\theta_er_e + x_1(k_1 + k_2) - k_2x_2 = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 - k_2x_1 + x_2(k_2 + k_3) - k_3x_3 = 0 \\ m_3\ddot{x}_3 - k_3x_2 + x_3(k_3 + k_4) - k_4x_4 = 0 \\ \vdots \\ m_i\ddot{x}_i - k_ix_{i-1} + x_i(k_i + k_{i+1}) - k_{i+1}\theta_sr_ei = 0 \\ J_{0s}\ddot{\theta}_s - k_{i+1}r_eix_i + \theta_s(k_{i+1}r_e^2i^2 + k_{ts}) - k_{ts}\theta_{ms} = 0 \\ J_{0ms}\ddot{\theta}_{ms} - k_{ts}\theta_s + k_{ts}\theta_{ms} = 0 \end{array} \right.$$

Sendo que

$$r_s = i \times r_e$$

Sendo que todo este sistema se pode resolver de forma matricial, de forma a simplificar toda a sua resolução.

$$\begin{bmatrix} J_{0m} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{0e} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{0s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{0ms} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_m \\ \ddot{\theta}_e \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \vdots \\ \ddot{x}_i \\ \ddot{\theta}_s \\ \ddot{\theta}_{ms} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{te} & -k_{te} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_{te} & k_{te} + k_1r_e^2 & -k_1r_e & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_1r_e & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_4 & \ddots & -k_i & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -k_i & k_i + k_{i+1} & -k_{i+1}r_ei & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{i+1}r_ei & k_{i+1}r_e^2i^2 + k_i & -k_{ts} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{ts} & k_{ts} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_m \\ \theta_e \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_i \\ \theta_s \\ \theta_{ms} \end{Bmatrix} = 0$$

Fazendo todas as considerações desde o tipo de correia, dimensões das polias e eixos, até aos materiais dos mesmos elementos, pode-se fazer um estudo dinâmico, para o qual é exigido as condições de funcionamento, sendo que terá de ser, nesse ponto, incrementado ao sistema anterior um sistema de forças de entrada, impostas pelo motor.

O sistema de forças pode ser caracterizado pela seguinte matriz coluna:

$$M = \begin{Bmatrix} M_e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sendo que a frequência a que o sistema de forças obedece poderá ser completamente aleatória ou predefinida por uma onda standard tal como dentes de serra, sinusoidal, quadrada, entre outras variantes possíveis.

Ficando então o sistema final da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} J_{0m} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{0e} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{0s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{0ms} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_m \\ \ddot{\theta}_e \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \vdots \\ \ddot{x}_i \\ \ddot{\theta}_s \\ \ddot{\theta}_{ms} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{te} & -k_{te} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_{te} & k_{te} + k_1 r_e^2 & -k_1 r_e & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_1 r_e & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_4 & \ddots & -k_i & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -k_i & k_i + k_{i+1} & -k_{i+1} r_e i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{i+1} r_e i & k_{i+1} r_e^2 i^2 + k_i & -k_{ts} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{ts} & k_{ts} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_m \\ \theta_e \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_i \\ \theta_s \\ \theta_{ms} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

É então da resolução deste sistema de equações diferenciais de segunda ordem, que se obtêm todos os valores de amplitude, de todas as vibrações ao longo do tempo de todos os corpos considerados, sendo que para tal se poderá utilizar um programa de processamento de cálculo e ainda se pode proceder a sua validação pratica.



## 6.4 – Definição do Sistema

Neste subcapítulo enumera-se todas as condições de funcionamento do sistema CVT de que será efectuado todo o estudo dinâmico, estabelece-se todas as dimensões necessárias ao projecto, sendo que estas serão definidas de modo puramente experimental, não estando em concordância com nenhum modelo existente.

### 6.4.1 - Polias

Considera-se que as polias são iguais, tanto em dimensão como em materiais, sendo que obedecerão as seguintes especificações apresentadas na ilustração 6.17.

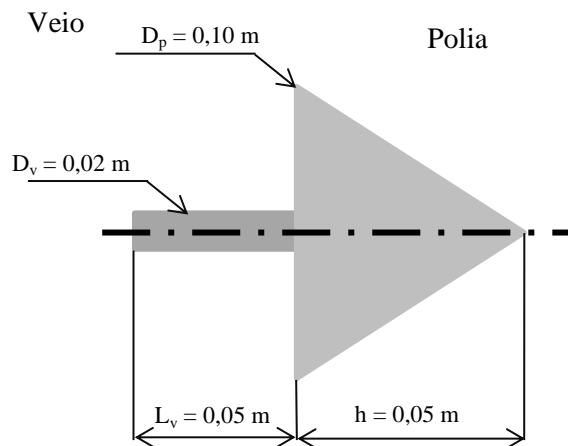


Ilustração 6.17 – Polias

Em termos de materiais vai-se definir o ferro fundido, sendo este o material mais empregado neste tipo de sistemas, com a densidade de 7500 quilogramas por metro cubico, segundo a referência [12].

Pode-se então calcular o momento polar de inercia do sistema de entrada e de saída, uma vez que são iguais, pois têm as mesmas dimensões e os mesmos materiais constituintes.

Considerando a polia como sendo um conjunto infinito de discos de espessura  $dx$ , pode-se então proceder à integração do momento polar de inercia do disco, sendo que:

$$r = r_0 - \frac{r_0}{h}x$$

Sendo que

- $r$  – Equação que representa a variação do raio ao longo de  $x$
- $r_0$  – Valor inicial do raio (0,05 m)
- $h$  – Extinção de  $x$  (0,05 m)

$$J_0 = \int_0^h \rho \frac{\pi r^4}{2} dx$$

Procedendo-se à integração, fica-se com:

$$J_0 = \frac{\rho \pi}{160} D_{polia}^4 h$$

Tendo em conta que:

- $\rho$  – Densidade ( $7500 \text{ kg/m}^3$ ) [12]

$$J_0 = 0,0007 \text{ Kg m}^2$$

Pode-se proceder ao cálculo do  $k_i$  dos veios de entrada e de saída, que serão iguais pelo facto de apresentarem as mesmas dimensões e constituídos pelo mesmo material.

$$k_{te} = k_{ts} = \frac{G\pi D_v}{L_v \times 32}$$

Sendo que:

- $G$  (módulo de rigidez) –  $41,4 \text{ GPa}$  [09]

$$k_t = \frac{41,4 \times 10^9 \times \pi \times 0,02}{0,05 \times 32} = 4,1 \times 10^9 \text{ N/m}$$

#### 6.4.2 - Disco

Vai-se considerar que as massas são discos iguais, tanto em dimensão como em materiais, sendo que obedecerão as seguintes especificações apresentadas na ilustração 6.18:

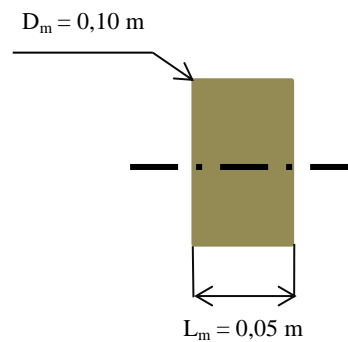


Ilustração 6.18 – Disco

Em termos de materiais vai-se definir o ferro fundido, sendo este o mesmo material usado no sistema anterior.

Pode-se então calcular o momento polar de inércia do disco de entrada e de saída, uma vez que são iguais, pois têm as mesmas dimensões e os mesmos materiais constituintes.

$$J_{0m} = \rho L_{disco} \frac{\pi D_{disco}^4}{32}$$

$$J_{0m} = 7500 \times 0,05 \frac{\pi 0,1^4}{32} = 0,0036 \text{ Km}^2$$

#### 6.4.3 - Correia

Neste ponto ter-se-á de escolher a correia a utilizar, sendo que esta terá um perfil em V, ter-se-á de achar então o seu comprimento, para tal ir-se-á definir uma distancia entre os centros das polias de  $0,15 \text{ m}$ , garantindo assim que em regime de funcionamento não se encontram em nenhum ponto, e estipulando uma relação de transmissão de um, como forma de garantir que os

dois ângulos de abraçamento são iguais, simplificando os cálculos, pois sendo ambos  $180^\circ$  o equivalente a  $\pi$  radianos.

Procede-se o cálculo do comprimento da correia de transmissão em V:

- Cálculo do  $D_{\text{médio}}$ :

$$D_{\text{médio}} = \frac{D_{\text{máx}}}{2} = 0,05m$$

- Distância entre eixos ideal:

$$C = 0,15m$$

- Comprimento Ideal:

$$\begin{aligned} L_{\text{Correia}} &= 2C + D_{\text{médio}}\theta \\ L_{\text{Correia}} &= 2 \times 0,15 + \pi \times 0,05 \\ L_{\text{Correia}} &= 0,457m \end{aligned}$$

- Comprimento Real:

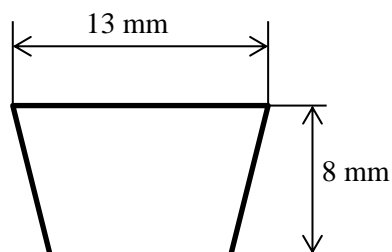
Pelo ANEXO 3.1 a escolha recai sobre a referência A-26, sendo que esta correia detém 0,695 m de comprimento primitivo, como tal ter-se-á de calcular a nova distância entre eixos.

- Distância entre eixos real:

$$C = \frac{L_{\text{Correia Real}} - D_{\text{médio}}\pi}{2} = \frac{0,695 - 0,05\pi}{2} = 0,269m$$

Tendo então ficado estipulado que a correia terá então o perfil A em V com comprimento total de 0,695 e as polias apresentam uma distância entre eixos de 0,269m.

Neste momento procede-se à definição de em quantos elementos subdividir-se-á a correia, como forma de definir o sistema de equações do conjunto CVT, definir-se-á então que a correia é composta por três elementos, sendo que estes serão todos iguais em termos de forma e massa, sabe-se que a densidade da correia é de 1340 quilogramas por metro cubico [12], tem-se ainda que a secção da mesma é apresentada na ilustração 6.19.



**Ilustração 6.19 – Secção da Correia de perfil trapezoidal A**

Sabe-se que o comprimento que irá interferir no comportamento dinâmico do sistema é o que esta compreendido entre os pontos de contacto da correia de transmissão com as polias,

sendo que esse valor será neste momento igual ao valor da distância entre eixos, devido ao facto de se estar a estipular uma relação de transmissão de 1.

$$l_1 = l_2 = l_3 = \frac{C}{3} = 0,0897m$$

$$A_{correia} = 0,008 \times 0,008 + 0,008 \times 0,0025 = 8,4 \times 10^{-5}m^2$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = \rho V = \rho \times l_1 \times A_{correia} = 0,01Kg$$

Sendo que a correia tem um módulo de elasticidade de 3,5 GPa, segundo referência [16], pode-se desde já proceder ao cálculo  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  e  $k_4$ .

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = \frac{EA}{l}$$

$$k = \frac{3,5 \times 10^9 \times 8,4 \times 10^{-5}}{0,0897} = 3,2 \times 10^6 N/m$$

Neste ponto temos todas as constantes enunciadas para um sistema CVT em geral e também é apresentado o cálculo e todas as suas considerações tomadas em conta para um sistema específico, sendo este o sistema CVT em estudo.

#### 6.4.4 – Esquematização do sistema

Todos os sistemas se podem traduzir numa representação de massa mola, de forma a se poder interpretar o sistema mais facilmente, quer em termos dinâmicos como fenomenológicos, como tal ir-se-á em seguida proceder a sua representação esquemática na ilustração 6.20.

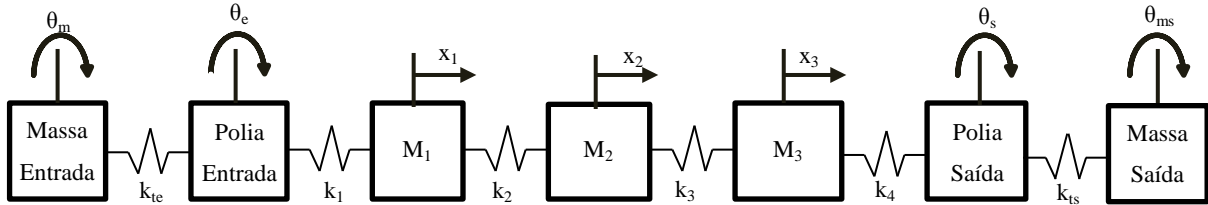


Ilustração 6.20 – Esquematização do sistema CVT em estudo (modelo discreto)

Após a esquematização gráfica anterior pode-se enunciar todo o sistema de equações do sistema em estudo, sendo então o sistema de equações o seguinte.

$$\begin{cases} J_{0m}\ddot{\theta}_m + k_{te}\theta_m - k_{te}\theta_e = 0 \\ J_{0e}\ddot{\theta}_e - k_{te}\theta_m + \theta_e(k_{te} + k_1r_e^2) - k_1r_ex_1 = 0 \\ m_1\ddot{x}_1 - k_1\theta_er_e + x_1(k_1 + k_2) - k_2x_2 = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 - k_2x_1 + x_2(k_2 + k_3) - k_3x_3 = 0 \\ m_3\ddot{x}_3 - k_3x_2 + x_3(k_3 + k_4) - k_4\theta_sr_s = 0 \\ J_{0s}\ddot{\theta}_s - k_4r_sx_3 + \theta_s(k_4r_s^2 + k_{ts}) - k_{ts}\theta_{ms} = 0 \\ J_{0ms}\ddot{\theta}_{ms} - k_{ts}\theta_s + k_{ts}\theta_{ms} = 0 \end{cases}$$

Pode se então definir as matrizes de massa e rigidez para que se possa proceder ao cálculo dos valores próprios do sistema, valores esses que irão corresponder aos valores das frequências próprias do sistema.

Matiz Massa:

$$\begin{bmatrix} J_{0m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{0e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{0s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{0ms} \end{bmatrix}$$

Matriz Rigidez:

$$\begin{bmatrix} k_{te} & -k_{te} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{te} & k_{te} + k_1 r_e^2 & -k_1 r_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_1 r_e & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 r_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_4 r_s & k_4 r_s^2 + k_{ts} & -k_{ts} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{ts} & k_{ts} \end{bmatrix}$$

Tendo em linha de conta as matrizes anteriormente apresentadas, poder-se-á então resolver o problema de valores próprios, como forma de se encontrar as frequências próprias do sistema, sendo sete as vibrações, pelo facto de se estar na presença de um sistema composto por 7 elementos distintos cada um deles com uma frequência natural.

Sabemos que:

$$J_{0m} = J_{0ms} = 0,0036 \text{ Kgm}^2$$

$$J_{0e} = J_{0s} = 0,0007 \text{ Kgm}^2$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = 0,01 \text{ Kg}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 3,2 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$k_{te} = k_{ts} = 4,1 \times 10^9 \text{ Nm}$$

Em seguida ter-se-á de estipular uma relação de transmissão para o sistema em estudo, para que se possa dar entrada no sistema de cálculo, como valor de raio de entrada e de saída.

$$i = 0,25$$

$$r_e = 0,04m$$

$$r_s = 0,01m$$

Relativamente ao sistema em estudo, tem-se o valor de todas as variáveis de entrada no sistema de matrizes, apresentado anteriormente, pode-se então proceder à resolução do problema de valores próprios, sendo que para tal se irá utilizar o programa *MatLab*<sup>th</sup>, seguindo o ponto 1 do ANEXO 6.

Valores próprios:

$$\omega_n = \begin{Bmatrix} 0,295 \\ 6,264 \\ 557,111 \\ 13708,566 \\ 25314,727 \\ 33093,819 \\ 33099,718 \end{Bmatrix} [rad/s]$$

Neste momento estes valores apresentam-se em rad/s, sendo então necessário transforma-los na unidade SI de frequência (Hz), para tal ter-se-á de efectuar o seguinte cálculo numérico.

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$$

Sendo então as frequências próprias do sistema as seguintes:

$$f_n = \begin{Bmatrix} 0,047 \\ 0,997 \\ 88,667 \\ 2181,786 \\ 4028,964 \\ 5267,045 \\ 5267,984 \end{Bmatrix} [Hz]$$

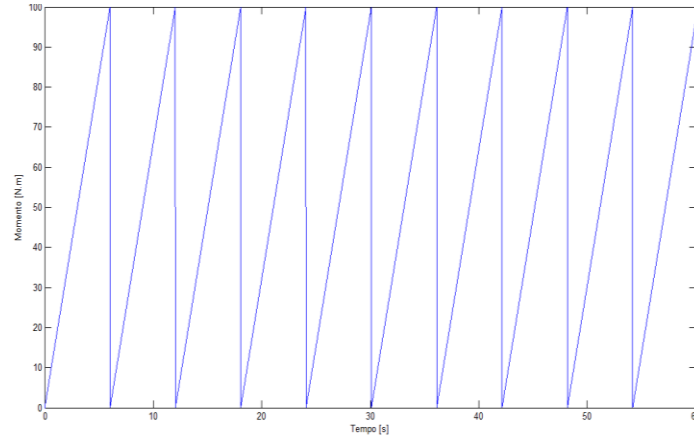
Nesta fase sabe-se quais são os valores a esperar do estudo dinâmico com incrementação de uma entrada, pois estes serão sempre constantes seja qual for o regime de funcionamento incrementado ao sistema.

#### 6.4.5 – Sistema CVT com uma entrada variável

O sistema representado não dispõe de nenhuma força de entrada, pois ainda se encontra em repouso, como tal não se poderá estudar a sua resposta dinâmica, vai-se então definir um tipo de onda na entrada, ou seja, o tipo de sinal imposto no primeiro elemento (massa de entrada), para tal ter-se-á de definir o tipo de sinal a entrar, pois para se proceder ao estudo dinâmico de um sistema, ter-se-á de ter uma frequência de força aplicada.

Nesta fase vai-se então escolher a equação da força aplicada como momento no primeiro elemento, será então uma onda dente de serra, sendo que nesta é fácil alterar a amplitude e frequência, como forma de estudar todos os valores possíveis de amplitude em todos os testes a realizar, sendo que de teste para teste poder-se-á alterar a frequência da força aplicada, como está representado no ANEXO 4.

Na seguinte ilustração esta representado uma entrada proveniente de um motor eléctrico com uma frequência de 10 Hz e com uma amplitude máxima de 100 Nm, sendo que este motor eléctrico não é real e está especificado unicamente para a ilustração 6.21, sendo ainda que a referida onda foi gerada com o apoio da programação enunciada no ANEXO 4.



**Ilustração 6.21 – Representação gráfica de uma onda dente de serra (sawtooth)**

A fim de se entender mais facilmente todo o sistema de equações em estudo procede-se á sua enunciação de forma matricial, apresentando esta a seguinte forma.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} J_{0m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{0e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{0s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{0ms} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_m \\ \ddot{\theta}_e \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{\theta}_s \\ \ddot{\theta}_{ms} \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_{te} & -k_{te} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{te} & k_{te} + k_1 r_e^2 & -k_1 r_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_1 r_e & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 r_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_4 r_s & k_4 r_s^2 + k_{ts} & -k_{ts} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{ts} & k_{ts} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \theta_m \\ \theta_e \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \theta_s \\ \theta_{ms} \end{Bmatrix} \\
 & = \begin{Bmatrix} M_e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}
 \end{aligned}$$

Escrevendo em forma de sistema de equações ficará então da seguinte forma.

$$\begin{cases} J_{0m} \ddot{\theta}_m + k_{te} \theta_m - k_{te} \theta_e = M_e \\ J_{0e} \ddot{\theta}_e - k_{te} \theta_m + \theta_e (k_{te} + k_1 r_e^2) - k_1 r_e x_1 = 0 \\ m_1 \ddot{x}_1 - k_1 \theta_e r_e + x_1 (k_1 + k_2) - k_2 x_2 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + x_2 (k_2 + k_3) - k_3 x_3 = 0 \\ m_3 \ddot{x}_3 - k_3 x_2 + x_3 (k_3 + k_4) - k_4 \theta_s r_s = 0 \\ J_{0s} \ddot{\theta}_s - k_4 r_s x_3 + \theta_s (k_4 r_s^2 + k_{ts}) - k_{ts} \theta_{ms} = 0 \\ J_{0ms} \ddot{\theta}_{ms} - k_{ts} \theta_s + k_{ts} \theta_{ms} = 0 \end{cases}$$

Sabendo que para o sistema em estudo todas as constantes foram calculadas anteriormente, poderemos nesta fase substituir as constantes presentes nas matrizes inercia e

rigidez, ficando neste momento a faltar o cálculo diferencial para obtenção dos valores das acelerações e das posições em ordem ao tempo.

Sendo então em seguida enunciadas todas as constantes.

$$J_{0m} = J_{0ms} = 0,0036 \text{ Kg}m^2$$

$$J_{0e} = J_{0s} = 0,0007 \text{ Kg}m^2$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = 0,01 \text{ Kg}$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 3,2 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$k_{te} = k_{ts} = 4,1 \times 10^9 \text{ Nm}$$

Em seguida tem que se estipular uma relação de transmissão para o sistema em estudo, para que se possa dar entrada no sistema de cálculo, como valor de raio de entrada e de saída.

$$i = 0,25$$

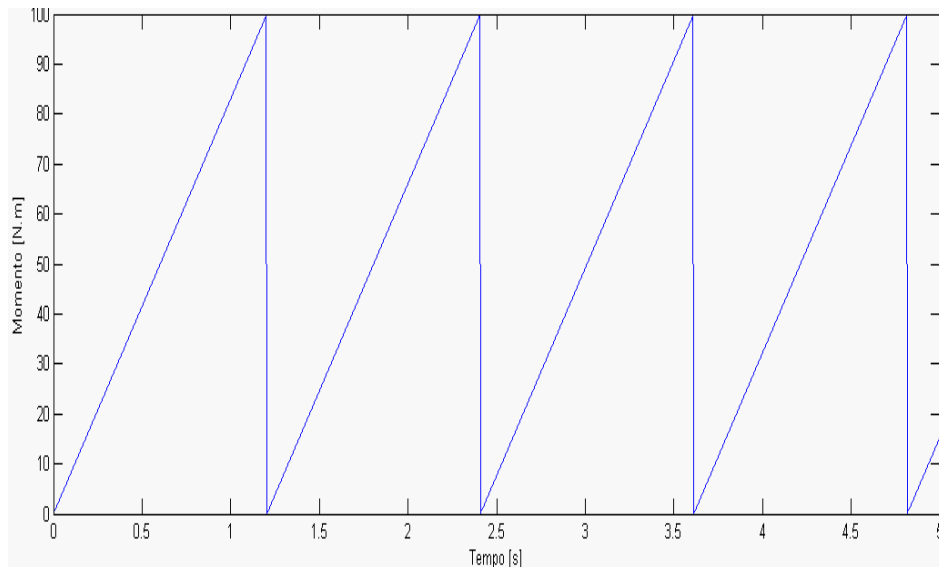
$$r_e = 0,04 \text{ m}$$

$$r_s = 0,01 \text{ m}$$

Vai-se então neste momento definir os parâmetros de entrada para o cálculo do sistema de forças impostas ao sistema, para tal utilizar-se-á a programação explícita no ANEXO 4.

- Amplitude de 100 Nm
- Frequência de 50 Hz
- Valor inicial nulo

Ficando então demonstrado na ilustração 6.22 o comportamento do sistema aplicado na primeira massa.

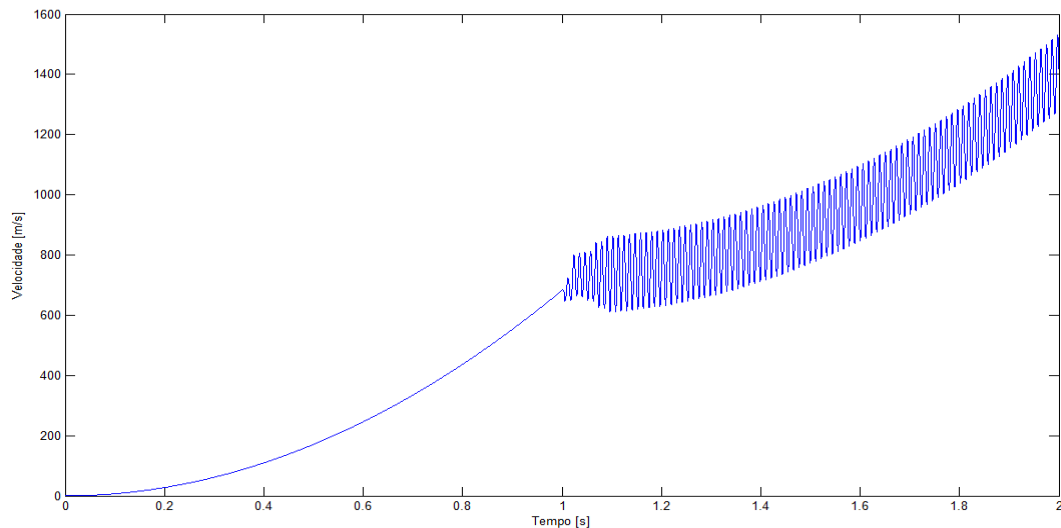


**Ilustração 6.22 – Comportamento do sistema de forças de entrada**

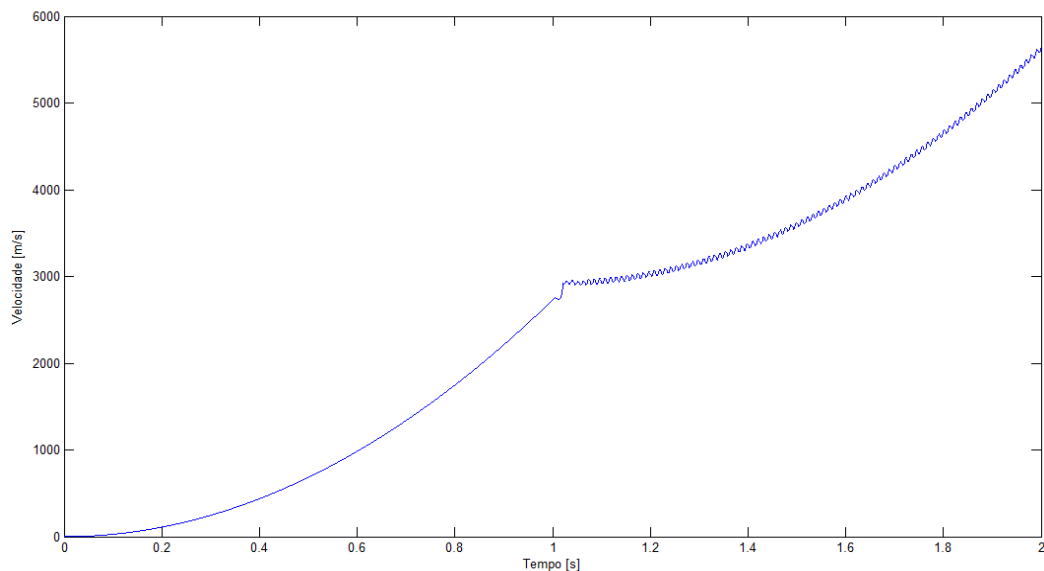
Ir-se-á então agora proceder ao cálculo de todas as deslocações e velocidades de todos os corpos do sistema, para tal utilizar-se-á inicialmente toda a linha de comando presente no



ANEXO 5, sendo que após efectuar a resolução de todo o sistema diferencial presente nesse mesmo anexo, ir-se-á correr a segunda linha de comando enunciada no ANEXO 6, para se calcular a posição e velocidade de cada massa ao longo do tempo, podendo-se após a realização de todos os passos anteriores, explicitar graficamente todo o comportamento das massas de entrada e saída tal como as polias de entradas e saída do sistema CVT, em termos de velocidade em ordem ao tempo, tal como se verifica nas ilustrações 6.23 e 6.24.



**Ilustração 6.23 – Comportamento gráfico da velocidade do disco de entrada**



**Ilustração 6.24 – Comportamento gráfico da velocidade do disco de saída**

Nesta fase procede-se ao espaçamento dos pontos tirados em iguais intervalos de tempo, como forma de se aplicar a transformada de Laplace, a fim de se obter as frequências próprias

das massas do sistema em estudo, esta mesma divisão será feita através do programa *Matlab<sup>th</sup>*, segundo a enunciação feita no ANEXO 6 ponto 3.

Feito esse ponto pode-se calcular as frequências próprias utilizando o comando *fft* (*fast Fourier transformer*) do mesmo programa utilizado anteriormente, segundo o comando especificado no ANEXO 6 ponto 4, sendo que em seguida se procederá à sua representação gráfica, tal como ilustrado em seguida.

Sabe-se também que o eixo das frequências é composto pela frequência de amostragem calculada da seguinte forma:

$$f_a = \frac{1}{N \times T_a}$$

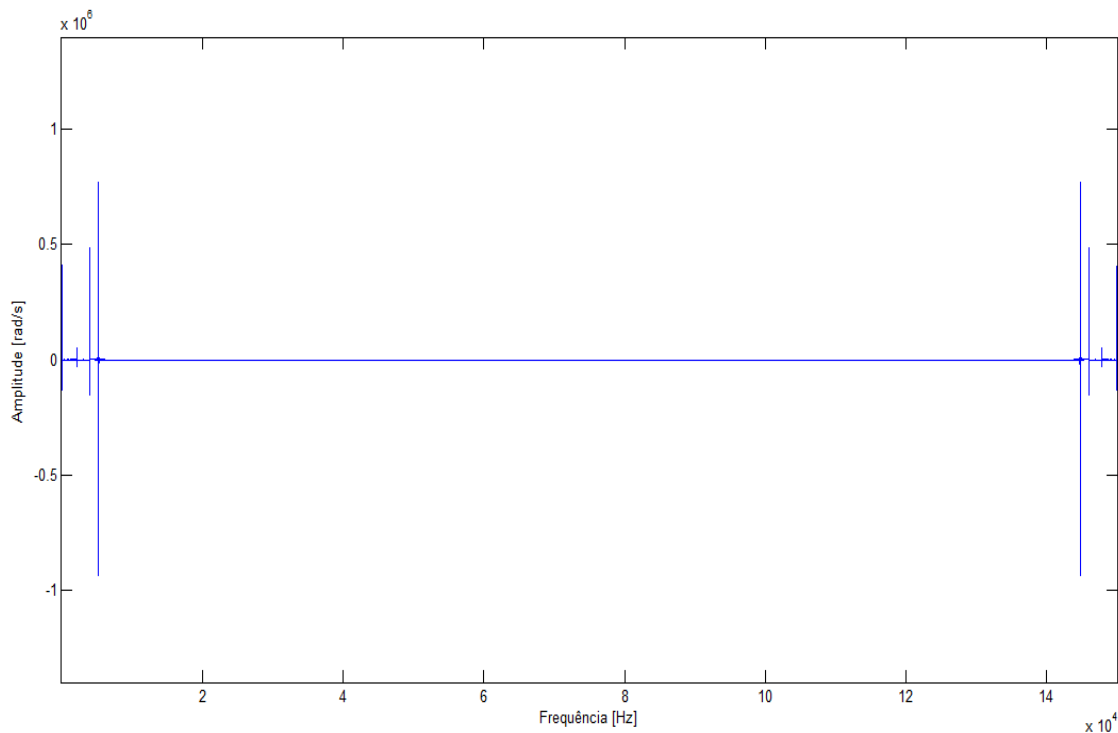
Que tendo em conta toda a linha de programação apresentada temos os valores de:

$$T_a = 6,67 \times 10^{-6} \text{ s}$$

$$N = 300000$$

Sendo então que a frequência de amostragem toma o valor de:

$$f_a = 0,5 \text{ Hz}$$



**Ilustração 6.25 – Representação gráfica das frequências próprias do sistema**

Segundo o teorema de Nyquist [13], considera-se somente a metade inicial do gráfico obtido como sendo o das frequências próprias, pelo facto de este ser simétrico e a mais importante será sempre a primeira frequência, tal como ilustrado na ilustração 6.26.

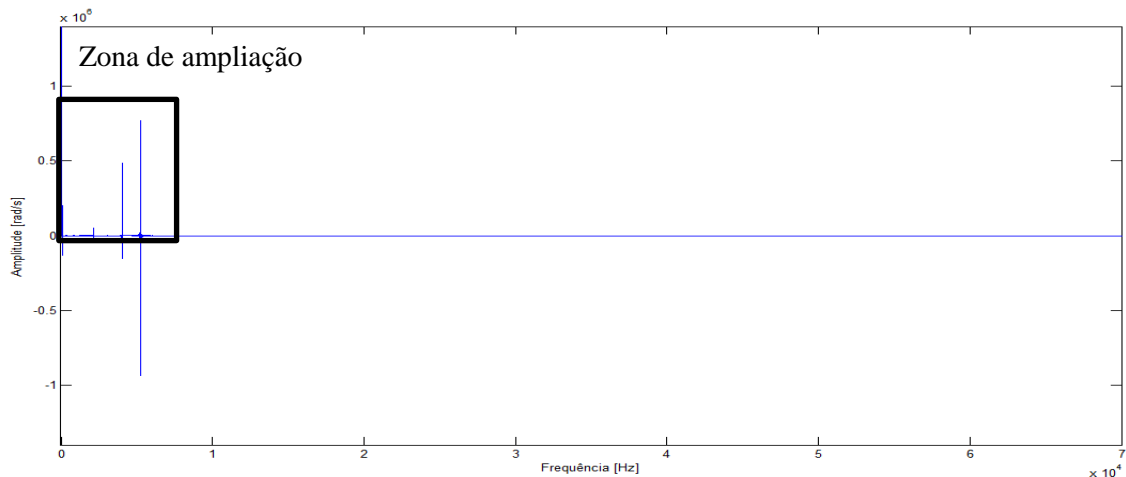


Ilustração 6.26 – Representação gráfica resultante das considerações do teorema de Nyquist

Ampliando a região desmarcada na ilustração 6.26, tem-se uma melhor perspectiva das frequências encontradas no estudo efectuado, tal como apresenta a ilustração 6.27.

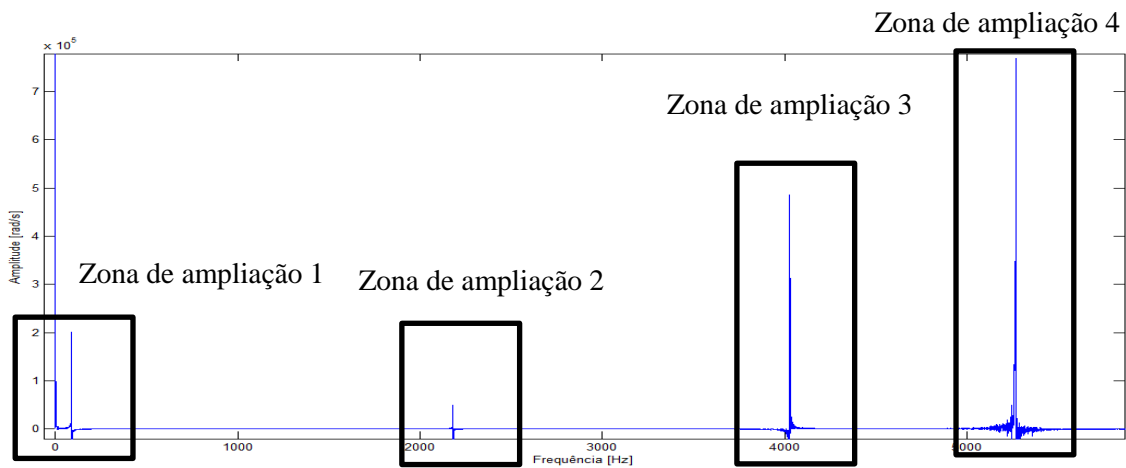


Ilustração 6.27 – Ampliação do gráfico de frequências

Ampliando os vários picos tal como representado desmarcados na ilustração 6.27, tem-se então uma maior noção dos picos de frequências, tal como é representado nas ilustrações 6.28, 6.29, 6.30 e 6.31.

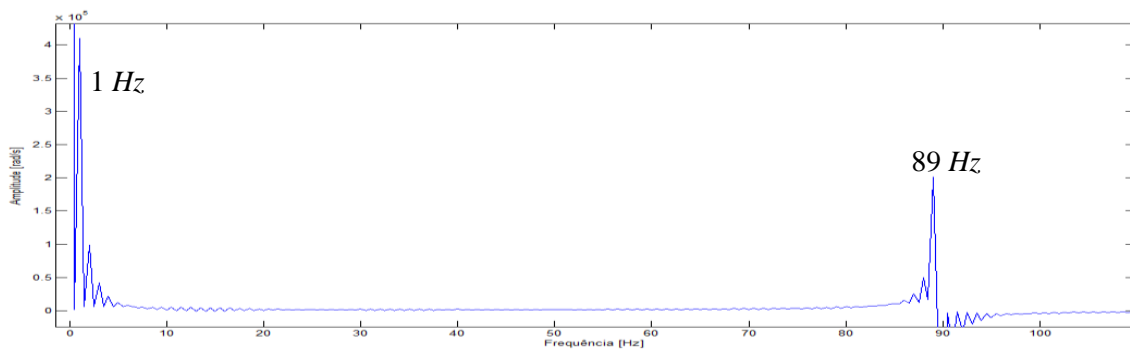


Ilustração 6.28 – Zona de ampliação 1

Na ilustração 6.28, pode-se observar que se tem dois picos de frequência, sendo que cada um destes é de 1 Hz e 89 Hz.

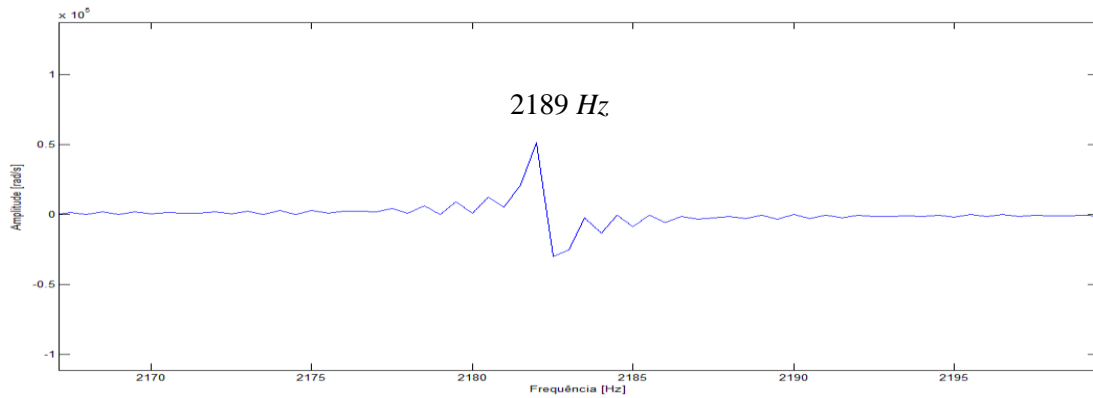


Ilustração 6.29 – Zona de ampliação 2

Da ilustração 6.29, retira-se mais um valor de uma frequência própria do sistema em estudo, sendo esse valor de 2189 Hz.

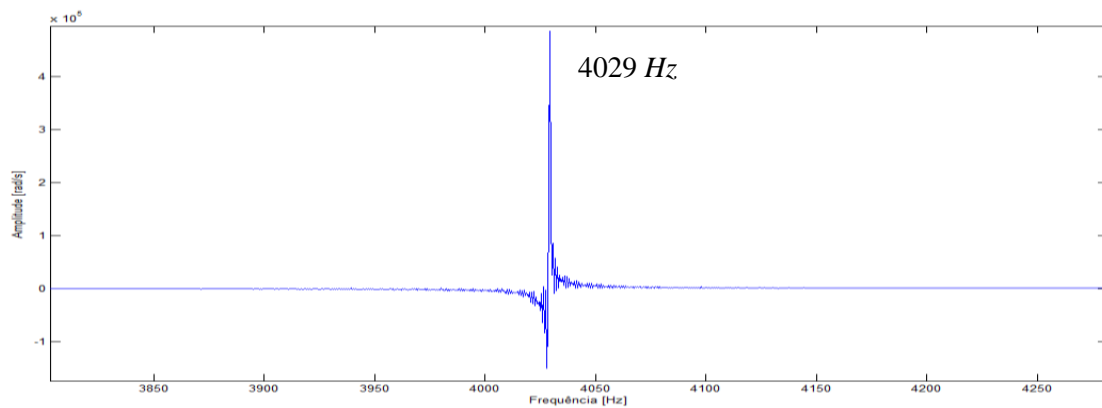


Ilustração 6.30 – Zona de ampliação 3

A ilustração 6.30, apresenta o valor de uma frequência própria do sistema em estudo, sendo esse valor de 4029 Hz.

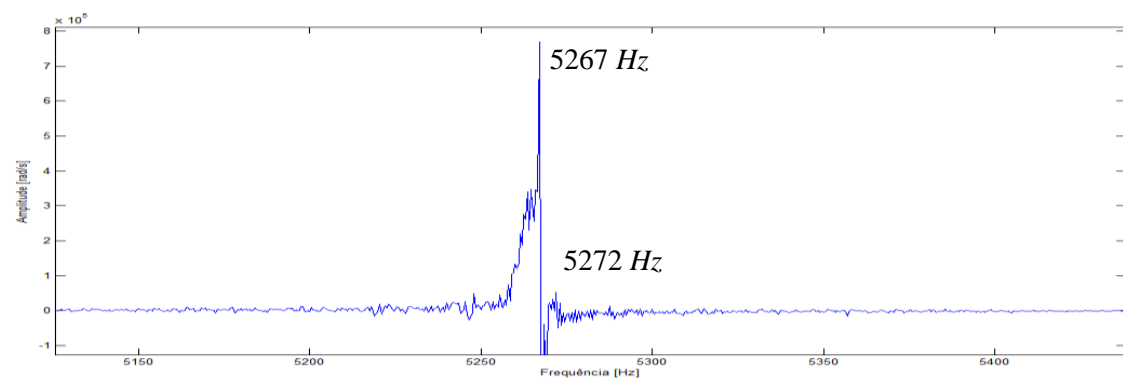


Ilustração 6.31 – Zona de ampliação 4

A ilustração 6.31, apresenta então as últimas duas frequências próprias encontradas no sistema, sendo que estas assumem os valores de 5267 Hz e 5272 Hz.

Nesta fase tem-se então a frequências próprias do sistema, encontradas através da introdução de uma entrada dinâmica no mesmo, sendo estas as seguintes.

$$f_n = \begin{Bmatrix} 1 \\ 89 \\ 2189 \\ 4029 \\ 5267 \\ 5272 \end{Bmatrix} [Hz]$$

Estas são então as seis frequências próprias do sistema, encontradas através da programação do sistema em estudo como forma de obter as suas respostas, tendo sido esta programação sido efectuada no programa *MatLab*<sup>th</sup>.

## Capítulo 7

### Conclusões

Apos a realização da presente dissertação pode-se concluir, que todos os parâmetros assumidos ao longo do estudo dinâmico foram coerentes, pelo que estes geraram valores para as frequências próprias coerentes, sendo que essa coerência se evidencia pelo facto de se ter obtido valores bastante aproximados nas duas formas de resolução do sistema dinâmico, tanto pelo método dos valores próprios como com a transformada de Fourie. Esta comparação pode ser feita pois o sistema foi assumido como sendo linear em termos de rigidez e massa.

Pode-se concluir também que, ao se obter sete valores de frequências pelo método dos valores próprios e seis pelo método da transformada de Fourie, deve-se ao facto da memória de cálculo disponível no dispositivo utilizado para efectuar a programação não ser suficiente, sendo que por esse facto perderam-se alguns valores importantes.

Conclui-se também que, as frequências próprias de um sistema, não depende da entrada ou requisito imposto ao mesmo, sendo que só dependentes dos elementos de ligação entre os corpos do sistema e das inercias dos mesmos, podendo as ligações e as inercias variáveis com o tempo, sendo que incluindo algum destes termos não lineares faz com que não se possa comparar o método de valores próprios com a transformada de Fourie.

Fica provado pelo estudo dinâmico que no sistema em estudo, que as frequências próprias do sistema se mantêm constantes ao incrementar um regime de funcionamento. Estas mesmas frequências são então uma constante de funcionamento de um sistema, ao que se pode então considera-las como sendo um parâmetro do sistema, como tal torna-se fulcral efectuar um estudo aprofundado sobre as mesmas em todos os sistemas dinâmicos, como forma de evitar

assim possíveis fenómenos vibratórios que influenciam negativamente o tempo de vida útil de um sistema dinâmico.

## **Trabalhos Futuros**

### **Teóricos**

- Para trabalhos futuros serão feitos estudos quanto à optimização dos componentes e do funcionamento de uma CVT para a obtenção do mínimo de consumo de energia, incluindo diferentes tipos de accionamento e diferentes tipos de funcionamentos. Poder-se-á dar então ênfase aos vários princípios de projecto de CVT's, na análise de resultados recentes e no desenvolvimento dos componentes.
- Poder-se-á também fazer novas alterações dos componentes já estudados e de outros ainda não verificados que também podem interferir no comportamento da CVT. Substituir materiais dos discos das polias e testar uma corrente ao invés de uma correia. Estudar o contacto entre estes elementos, desgaste, fadiga, vida dos componentes, etc. Verificar se atende às necessidades de projecto e do interessado com um mínimo custo de produção e montagem.

### **Práticos**

- Projectar um grande leque de sistemas de controlo do mecanismo de ajuste de relação de transmissão, possibilitando então o controlo absoluto da mesma por parte do operador, sendo que terá de se ter em conta a possibilidade deste tipo de sistema coexistir com o ajuste plenamente automático.
- Projectar um modelo experimental de um sistema CVT composto pelos elementos descritos ao longo de toda a dissertação apresentada neste documento.

## Referências

[01] Albuquerque, Alfredo Alves, “*Caracterização da Resposta Dinâmica de uma CVT por Polias Expansivas*”, Campinas, Brasil, 2003

[02] <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAfN8YAF/2011-cvt-revisao-literatura>, Acesso em 22 de Setembro 2011.

[03] BELTLESS CONTINUOUSLY VARIABLE TRANSMISSION. Disponível em <<http://www.mie.utoronto.ca/staff/projects/cleghorn/Research/mmo4.html>> Acesso em 26 Setembro 2011

[04] Filho, Flávio de Marco, “*Elementos de Transmissão Flexíveis*”, Departamento de Engenharia Mecânica, POLI/UFRJ, 2009.

[05] Spotts, M.F., “*Design of Machine Elements*”, 6<sup>th</sup> edition., Prentice Hall Inc., 1985.

[06] Gonçalves, Carlos Alberto Moraes, “*Sistema de aquisição de dados para um veículo mini baja*”, Vitória, Brasil, 2006.

[07] Raizer, Breno, “*Modelagem e análise cinemática de CVT's Toroidais: Influência dos parâmetros geométricos no desempenho*”, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, 2010.



[08] Oliveira, Thalles Rezende, “*Transmissão por Polias e Correias*”, Unilest MG, 2006.

[09] Shigley J.E. and Mitchell, L.D., “*Mechanical Engineering Design*”, McGraw Hill Inc., 6<sup>th</sup> edition, NY, USA, 2001.

[10] Martins, Protasio Dutra, “*Navio de Pesquisa Sísmica*”, disponível em [www.oceanica.ufrj.br/deno/prod\\_academic/relatorios/2009/Bruna\\_Joseane/relat2/relat2.htm](http://www.oceanica.ufrj.br/deno/prod_academic/relatorios/2009/Bruna_Joseane/relat2/relat2.htm), consultado em 26 de Fevereiro de 2012

[11] Uregueira, Doutor António Paulo Vale, Professor Associado da FCT-UNL, Apontamentos da disciplina VMR, UNL-FCT, Monte de Caparica 2009.

[12] “*Tabela de densidade de Materiais*”, disponível em <http://www.euroaktion.com.br/Tabela%20de%20Densidade%20dos%20Materiais.pdf>, consultado em 13 de Dezembro de 2011.

[13] Mello, Carlos Alexandre, “*Teoria da amostragem – Teoria de Nyquist*”, disponível em [http://www.cin.ufpe.br/~cabm/pds/PDS\\_Aula03%20Amostragem.pdf](http://www.cin.ufpe.br/~cabm/pds/PDS_Aula03%20Amostragem.pdf), consultado em 10 de Dezembro de 2012.

## Anexos

Nesta secção ir-se-á apresentar todos os auxílios necessários para a realização de certos passos apresentados em toda a dissertação.

Estarão presentes então nesta secção todas as tabelas necessárias para se retirarem todos os valores.

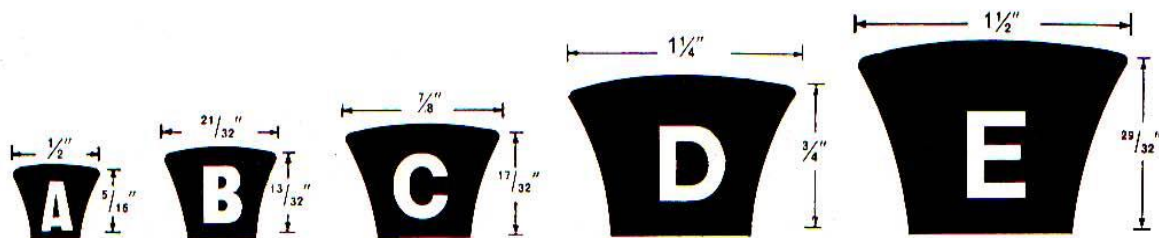
ANEXO	DESCRIÇÃO
ANEXO 1	Factores de Serviço
ANEXO 2	Comprimento Standard
ANEXO 3	ANEXO 3.1 Classificação de HP por correia para o perfil A
	ANEXO 3.2 Classificação de HP por correia para o perfil B
	ANEXO 3.3 Classificação de HP por correia para o perfil C
	ANEXO 3.4 Classificação de HP por correia para o perfil D
	ANEXO 3.5 Classificação de HP por correia para o perfil E
ANEXO 4	Programação de onda dente de serra no <i>MatLab<sup>th</sup></i>
ANEXO 5	Programação de todo o sistema CVT no <i>MatLab<sup>th</sup></i> .
ANEXO 6	Linhas de comando

## ANEXO 1 – Factores de Serviço [04]

APLICAÇÕES	MOTORES ELÉTRICOS										Motores a explosão Gás-Diesel		
	Corrente alternada						Corrente contínua						
	Gaiola de esquilo			Rotor enrolado	Síncronos	Monofásico		Excitação em derivação	Excitação em compound	4 ou mais cilindros com mais de 700 rotações	4 ou mais cilindros com menos de 700 rotações	Máquinas a vapor	
	Arranque normal	Arranque estrela ou triângulo	De alta potência de arranque (dupla gaiola)			A repulsão com fase auxiliar de arranque	A indução com arranque a condensador						
<b>AGITADORES</b>													
Para líquidos . . . . .	1,0	1,0	1,2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Para semilíquidos. . . . .	1,2	1,0	1,4	1,2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
<b>BOMBAS</b>													
Centrífugas, de engrenagens, rotativas . . . . .	1,2	1,2	1,4	1,4	—	1,2	1,2	1,2	—	1,2	—	—	—
De pistão: de 3 ou mais cilindros . . . . .	1,2	1,2	—	1,4	1,6	—	—	—	—	1,8	—	1,8	—
De pistão: de 1 ou 2 cilindros . . . . .	1,4	1,4	—	1,6	1,8	—	—	—	—	2,0	—	2,0	—
De pistão: para dragagem . . . . .	1,4	1,4	—	1,4	—	—	—	—	—	2,0	—	2,0	—
<b>COMPRESSORES</b>													
Centrífugos e rotativos . . . . .	1,2	1,2	—	1,4	1,4	1,2	1,2	1,2	—	1,2	—	—	—
Alternativos com 3 ou mais cilindros . . . . .	1,2	1,2	—	1,4	1,4	—	—	1,2	—	—	—	—	—
Alternativos com 1 ou 2 cilindros. . . . .	1,4	1,4	—	1,5	1,5	—	—	1,2	—	—	—	—	—
<b>EIXOS DE TRANSMISSÃO . . . . .</b>	1,4	1,4	—	1,4	1,8	1,4	1,4	1,4	1,4	1,6	—	1,6	1,6
<b>EXAUSTORES E VENTILADORES</b>													
Centrífugos e sucção indireta . . . . .	1,2	1,2	—	1,4	—	—	—	1,4	—	1,2	—	1,5	1,5
Helicoidais. . . . .	1,4	1,4	2,0	1,6	2,0	—	—	1,4	—	1,4	—	—	—
Sopradores . . . . .	1,6	1,6	—	2,0	2,0	—	—	—	—	1,6	—	—	—
<b>GRUPOS GERADORES . . . . .</b>	1,4	—	—	—	—	—	—	1,4	—	—	—	1,6	1,6
<b>MAQUINAS PARA INDUSTRIA DA BORRACHA</b>													
Calandra, "Bambury", Misturadores . . . . .	1,4	1,4	1,4	1,4	1,8	—	—	—	—	—	—	—	—
<b>MAQUINAS PARA INDUSTRIA DE CERAMICA E OLARIAS</b>													
Cortadeiras, Granuladeiras . . . . .	—	1,2	1,4	1,4	—	—	—	1,4	—	—	—	—	2,0
Amassadoras, Esfareladeiras . . . . .	1,5	1,3	1,8	1,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Misturadores, Prensas . . . . .	—	1,2	1,6	1,4	—	—	—	—	—	—	—	—	—
<b>MAQUINAS PARA INDUSTRIA GRAFICA</b>													
Rotat., Offset, Dobradeiras, Cortadeiras, Prensa plana, Linotipo . . . . .	1,2	1,2	—	1,2	—	—	—	1,2	—	—	—	—	—
<b>MAQUINAS PARA INDUSTRIA DE PAPEL</b>													
Máquinas Jordan - holandesas . . . . .	1,5	1,3	1,8	1,5	1,8	—	—	1,5	1,5	—	—	—	1,8
Trituradeiras . . . . .	1,4	1,4	—	1,4	—	—	—	1,5	1,5	—	—	—	1,8
Calandras, Secadores, Enroladeiras . . . . .	1,2	1,2	—	1,2	—	—	—	1,2	1,2	—	—	—	1,8

APLICAÇÕES	MOTORES ELÉTRICOS								Motores a explosão		Máquinas a vapor	Com ligação direta ou com eixo intermediário	
	Corrente alternada						Corrente contínua		Gás-Diesel				
	* Gaiola de esquilo			Rotor Enrolado	Síncronos	Monofásico		Excitação em derivação	Excitação em compound	4 ou mais cilindros com mais de 700 rotações			4 ou mais cilindros com menos de 700 rotações
	Arranque normal	Arranque estrela ou triângulo	De alta potência de arranque (dupla gaiola)			A repulsão com fase auxiliar de arranque	A indução com arranque a condensador						
<b>MÁQUINA PARA INDÚSTRIA PETROLÍFERA</b> Bombas para barro, central de bombagem, bombas centr., para oleodutos . . . . . Bombas de sucção e descarga . . . . .	1,2 —	1,2 —	1,4 —	— —	— —	— —	— —	1,4 1,3	— —	1,4 1,2	1,6 1,2	1,4 —	1,6 —
<b>MÁQUINAS PARA INDÚSTRIA TEXTIL</b> Maçaroqueiras e Torcedeiras . . . . . Teares, Urdideiras, Espuladeiras . . . . .	1,6 1,2	— —	1,8 —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —
<b>MÁQUINAS PARA LAVANDERIAS</b> Lavadeira, Centrífuga, Humidific. . . . .	1,2	—	—	—	—	—	—	—	1,2	—	—	—	—
<b>MÁQUINAS PARA MOINHOS DE FARINHA E CEREAIS</b> Peneiras, Moínhos de cilindros, de martelos, Depuradores . . . . . Comando do eixo principal . . . . .	1,0 1,4	1,0 1,4	— 1,6	— 1,4	— 1,4	— —	— —	— —	— —	— 1,8	— —	— —	— —
<b>MÁQUINAS OPERATRIZES</b> Tornos, Limatrizes, Furadeiras, etc. . . . . Retificadoras, Plainas, Alisadoras, Fresas . . . . .	1,0 1,2	— —	— —	1,2 1,4	— —	1,0 1,2	1,0 1,2	1,0 1,2	1,0 1,2	— —	— —	— —	— —
<b>MÁQUINAS PANIFICADORAS</b> Amassadeiras . . . . .	1,2	—	—	—	—	1,2	1,0	—	—	—	—	—	—
<b>MOINHOS</b> De barras, de bolas . . . . .	—	1,6	1,6	1,4	—	—	—	—	1,4	—	—	—	1,6
<b>PENEIRAS</b> Alternativas, de impulsos e oscilantes . . . . . Rotativas . . . . .	1,2 1,2	1,2 1,2	1,4 —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —	— —
<b>TRANSPORTADORES</b> De correia metálica, canecas, elevadores . . . . . De correia de borracha (material pesado) . . . . . De correia de borracha (material leve) . . . . .	— — —	1,4 1,2 1,0	1,6 1,4 1,1	— — —	— — —	— — —	— — —	1,4 1,2 1,0	— — —	— — —	— — —	— — —	1,6 1,4 1,2
<b>TRITURADORES</b> De cilindros, de bolas, de mandíbulas . . . . .	—	1,4	1,6	1,4	1,6	—	—	—	1,4	1,6	—	—	1,6

## ANEXO 2 – Comprimento Standard [04]



### COMPRIMENTOS STANDARD

PERFIL A			PERFIL B			PERFIL C			PERFIL D			PERFIL E		
Ref.	CIRCUNF. PITCH		Ref.	CIRCUNF. PITCH		Ref.	CIRCUNF. PITCH		Ref.	CIRCUNF. PITCH		Ref.	CIRCUNF. PITCH	
	Pol.	mm		Pol.	mm		Pol.	mm		Pol.	mm		Pol.	mm
A-26	27.3	695	B-35	36.8	935	C-51	53.9	1370	D-120	123.3	3130	180	184.5	4685
31	32.3	820	38	39.8	1010	55	57.9	1470	128	131.3	3335	195	199.5	5065
33	34.3	870	42	43.8	1110	60	62.9	1595	136	139.3	3540	202	206.5	5245
35	36.3	920	46	47.8	1215	68	70.9	1800	144	147.3	3740	210	214.5	5448
38	39.3	1000	48	49.8	1265	75	77.9	1980	158	161.3	4095	225	229.5	5830
41	42.3	1075	50	51.8	1315	81	83.9	2130	162	165.3	4200	240	241.0	6120
42	43.3	1100	51	52.8	1340	85	87.9	2230	173	176.3	4480	270	271.0	6885
46	47.3	1200	53	54.8	1390	90	92.9	2360	180	183.3	4655	300	301.0	7645
50	51.3	1305	55	56.8	1440	96	98.9	2510	195	198.3	5035	325	326.0	8280
51	52.3	1330	60	61.8	1570	100	102.9	2615	210	213.3	5340	330	331.0	8405
53	54.3	1780	63	64.8	1645	105	107.9	2740	225	225.8	5735	360	361.0	9170
54	55.3	1405	64	65.8	1670	112	114.9	2920	240	240.8	6115	390	391.0	9930
55	56.3	1430	65	66.8	1695	120	122.9	3120	270	270.8	6880	420	421.0	10695
60	61.3	1560	68	69.8	1770	128	130.9	3325	300	300.8	7640	480	481.0	12215
62	63.3	1610	71	72.8	1850	136	138.9	3530	330	330.8	8400			
64	65.3	1660	75	76.8	1950	144	146.9	3730	360	360.8	9165			
68	69.3	1760	78	79.8	2025	158	160.9	4085	390	390.8	9925			
71	72.3	1835	81	82.8	2105	162	164.9	4190	420	420.8	10690			
75	76.3	1940	85	86.8	2205	173	175.9	4465	480	480.8	12210			
80	81.3	2065	90	91.8	2330	180	182.9	4645						
85	86.3	2190	93	94.8	2405	195	197.9	5025						
90	91.3	2320	95	96.8	2460	210	212.9	5405						
96	97.3	2470	97	98.8	2510	225	225.9	5740						
105	106.3	2700	105	106.8	2710	240	240.9	6120						
112	113.3	2875	112	113.8	2890	255	255.9	6500						
120	121.3	3080	120	120.8	3070	270	270.9	6880						
128	129.3	3285	124	125.8	3195	300	300.9	7640						
136	137.3	3485	128	129.8	3295	330	330.9	8405						
144	145.3	3690	136	137.8	3500	360	360.9	9165						
158	159.3	4045	144	145.8	3705	390	390.9	9930						
162	163.3	4145	158	159.8	4060	420	420.9	10690						
173	174.3	4425	162	163.8	4160									
180	181.3	4605	173	174.8	4440									
			180	181.8	4615									
			195	196.8	5000									
			210	211.8	5380									
			225	225.3	5720									
			240	240.3	6105									
			270	270.3	6865									
			300	300.3	7625									
			330	330.3	8390									
			360	360.3	9150									

Obs.: O número que aparece após a letra designativa do perfil indica a circunferência interna em polegadas.  
Ex.: A-31—Perfil A com 31" de circunferência interna.

## ANEXO 3 – Tabelas de Perfis

### ANEXO 3.1 – Perfil A [04]

Maior Rotação	Potência por correia [ $HP_{\text{Básico}}$ ]							
	Diâmetro nominal menor [mm]							
	66	71	75	81	86	91	97	102
575	0,46	0,55	0,63	0,72	0,8	0,88	0,97	1,05
690	0,56	0,63	0,73	0,83	0,93	1,02	1,12	1,22
725	0,55	0,65	0,76	0,86	0,96	1,07	1,17	1,27
870	0,63	0,75	0,87	0,99	1,12	1,24	1,36	1,47
950	0,67	0,8	0,93	1,07	1,2	1,33	1,45	1,58
1160	0,77	0,93	1,08	1,24	1,4	1,55	1,7	1,86
1425	0,88	1,07	1,26	1,45	1,63	1,82	2	2,18
1750	1,01	1,23	1,46	1,68	1,9	2,11	2,2	2,54
2850	1,31	1,64	1,97	2,29	2,5	2,91	3,21	3,5
3450	1,4	1,78	2,15	2,51	2,86	3,2	3,52	3,84
200	0,2	0,23	0,27	0,3	0,33	0,36	0,4	0,43
400	0,35	1,07	1,26	1,45	1,63	1,82	2	2,18
600	0,43	1,23	1,46	1,68	1,9	2,11	2,2	2,54
800	0,59	1,64	1,97	2,29	2,5	2,91	3,21	3,5
1000	0,69	1,78	2,15	2,51	2,86	3,2	3,52	3,84
1200	0,78	0,95	1,11	1,27	1,43	1,59	1,75	1,91
1400	0,87	1,06	1,25	1,43	1,61	1,79	1,97	2,15
1600	0,95	1,16	1,37	1,58	1,78	1,96	2,18	2,38
1800	1,02	1,64	1,97	2,29	2,5	2,91	3,21	3,5
2000	1,09	1,34	1,69	1,84	2,08	2,32	2,56	2,79
2200	1,15	1,42	1,69	1,96	2,22	2,48	2,73	2,98
2400	1,21	1,5	1,79	1,07	2,35	2,62	2,89	3,16
2600	1,25	1,57	1,87	2,17	2,47	2,76	3,04	3,32
2800	1,3	1,63	1,95	2,27	2,58	2,88	3,18	3,47
3000	1,34	1,68	2,02	2,35	2,68	2,99	3,3	3,6
3200	1,37	1,73	2,08	2,43	2,76	3,09	3,41	3,71
3400	1,4	1,77	2,14	2,5	2,84	3,16	3,5	3,82
3600	1,42	1,81	2,19	2,55	2,91	3,25	3,58	3,9
3800	1,43	1,83	2,23	2,6	2,97	3,32	3,65	3,97
4000	1,44	1,86	2,26	2,61	3,01	3,33	3,7	4,02
4200	1,44	1,87	2,28	2,67	3,04	3,4	3,74	4,05
4400	1,44	1,88	2,29	2,69	3,07	3,42	3,76	4,07
4600	1,43	1,87	2,3	2,7	3,07	3,43	3,76	4,06
4800	1,42	1,86	2,29	2,69	3,07	3,42	3,74	4,04
5000	1,39	1,85	2,28	2,68	3,05	3,4	3,71	3,99



Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]				
	Diâmetro nominal menor [mm]				
	107	112	117	122	127
575	1,13	1,21	1,29	1,37	1,45
690	1,32	1,41	1,51	1,6	1,7
725	1,37	1,47	1,57	1,67	1,77
870	1,59	1,71	1,82	1,94	2,06
950	1,71	1,84	1,96	2,09	2,21
1160	2,01	2,16	2,3	2,45	2,6
1425	2,36	2,53	2,71	2,38	3,05
1750	2,75	2,96	3,16	3,38	3,52
2850	3,78	4,06	4,33	4,59	4,84
3450	1,14	4,43	4,71	4,97	5,22
200	0,46	0,49	0,52	0,55	0,59
400	2,36	2,53	2,71	2,38	3,05
600	2,75	2,96	3,16	3,38	3,52
800	3,78	4,06	4,33	4,59	4,84
1000	1,14	4,43	4,71	4,97	5,22
1200	2,06	2,21	2,37	2,52	2,67
1400	2,32	2,5	2,67	2,84	3,01
1600	3,57	2,77	2,96	3,14	3,33
1800	3,78	4,06	4,33	4,59	3,63
2000	3,02	3,25	3,47	3,69	3,91
2200	3,23	3,47	3,71	3,94	4,17
2400	3,42	3,67	3,92	4,16	4,4
2600	3,59	3,86	4,12	4,37	4,61
2800	3,75	4,02	4,29	4,55	4,8
3000	3,89	4,17	4,44	4,71	4,96
3200	4,01	4,3	4,57	4,84	5,09
3400	4,12	4,41	4,68	4,95	5,2
3600	4,2	4,49	4,77	5,03	5,28
3800	4,27	4,56	4,83	5,09	5,32
4000	4,32	4,6	4,87	5,11	5,34
4200	4,35	4,63	4,88	5,11	5,32
4400	4,36	4,62	4,86	5,08	5,26
4600	4,34	4,59	4,82	5,01	5,18
4800	4,3	4,54	4,74	4,91	
5000	4,24	4,46	4,64		
5200	4,16	4,35			
5400	4,05				

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]							
	Diâmetro nominal menor [mm]							
	66	71	75	81	86	91	97	102
5200	1,36	1,82	2,26	2,65	3,02	3,36	3,66	3,93
5400	1,33	1,79	2,22	2,62	2,98	3,3	3,59	3,84
5600	1,29	1,75	3,17	2,57	2,92	3,23	3,5	3,73
5800	1,24	1,7	2,12	2,5	2,64	3,14	3,39	3,6
6000	1,18	1,64	2,06	2,43	2,76	3,04	3,26	
6200	1,11	1,57	1,98	2,34	2,65	2,91		
6400	1,04	1,49	1,89	2,24	2,53	2,77		
6600	0,96	1,4	1,79	2,12	2,4			
6800	0,87	1,31	1,68	1,99	2,24			
7000	0,78	1,2	1,56	1,85				
7200	0,67	1,08	1,42					
7400	0,56	0,96	1,28					
7600	0,44	0,82	1,12					
7800	0,31	0,67						

Maior Rotação	HP relativo à maior relação de transmissão									
	1 1,01	1,02 1,04	1,05 1,07	1,08 1,1	1,11 1,14	1,15 1,2	1,21 1,27	1,28 1,39	1,4 1,64	≥1,65
575	0	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
690	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
725	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,09	0,1
870	0	0,01	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,09	0,1	0,12
950	0	0,01	0,03	0,04	0,06	0,07	0,08	0,1	0,11	0,13
1160	0	0,02	0,03	0,05	0,07	0,09	0,1	0,12	0,14	0,16
1425	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,11	0,13	0,15	0,17	0,19
1750	0	0,03	0,05	0,08	0,1	0,13	0,16	0,18	0,21	0,23
2850	0	0,04	0,08	0,13	0,17	0,21	0,25	0,3	0,31	0,38
3450	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,31	0,36	0,41	0,46
200	0	0,02	0,03	0,05	0,07	0,09	0,1	0,12	0,14	0,16
400	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,11	0,13	0,15	0,17	0,19
600	0	0,03	0,05	0,08	0,1	0,13	0,16	0,18	0,21	0,23
800	0	0,04	0,08	0,13	0,17	0,21	0,25	0,3	0,31	0,38
1000	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,31	0,36	0,41	0,46
1200	0	0,02	0,05	0,05	0,07	0,09	0,11	0,12	0,14	0,16
1400	0	0,02	0,06	0,06	0,08	0,1	0,12	0,15	0,17	0,19
1600	0	0,02	0,07	0,07	0,1	0,12	0,14	0,17	0,19	0,21
1800	0	0,03	0,08	0,08	0,11	0,13	0,16	0,19	0,21	0,24
2000	0	0,03	0,09	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27



Maior Rotação	HP relativo à maior relação de transmissão									
	1 1,01	1,02 1,04	1,05 1,07	1,08 1,1	1,11 1,14	1,15 1,2	1,21 1,27	1,28 1,39	1,4 1,64	≥1,65
2200	0	0,03	0,1	0,1	0,13	0,16	0,2	0,23	0,26	0,29
2400	0	0,04	0,11	0,11	0,14	0,18	0,21	0,25	0,29	0,32
2600	0	0,04	0,12	0,12	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,35
2800	0	0,04	0,12	0,12	0,17	0,21	0,25	0,29	0,33	0,37
3000	0	0,04	0,13	0,13	0,18	0,22	0,27	0,31	0,36	0,4
3200	0	0,05	0,14	0,14	0,19	0,24	0,29	0,33	0,38	0,43
3400	0	0,05	0,15	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
3600	0	0,05	0,16	0,16	0,21	0,27	0,32	0,37	0,43	0,48
3800	0	0,06	0,17	0,17	0,23	0,28	0,34	0,4	0,45	0,51
4000	0	0,06	0,18	0,18	0,24	0,3	0,36	0,42	0,48	0,53
4200	0	0,06	0,19	0,19	0,25	0,31	0,37	0,44	0,5	0,56
4400	0	0,07	0,2	0,2	0,26	0,33	0,39	0,46	0,52	0,59
4600	0	0,07	0,21	0,21	0,27	0,34	0,41	0,48	0,55	0,61
4800	0	0,07	0,21	0,21	0,29	0,36	0,43	0,5	0,57	0,64
5000	0	0,07	0,22	0,22	0,3	0,37	0,45	0,52	0,59	0,67
5200	0	0,08	0,23	0,23	0,31	0,39	0,46	0,54	0,62	0,69
5400	0	0,08	0,24	0,24	0,32	0,4	0,48	0,56	0,64	0,72
5600	0	0,08	0,25	0,25	0,33	0,42	0,5	0,58	0,67	0,75
5800	0	0,09	0,26	0,26	0,34	0,43	0,52	0,6	0,69	0,78
6000	0	0,09	0,27	0,27	0,36	0,45	0,53	0,62	0,71	0,8
6200	0	0,09	0,28	0,28	0,37	0,46	0,55	0,64	0,74	0,83
6400	0	0,1	0,29	0,29	0,38	0,48	0,57	0,67	0,76	0,85
6600	0	0,1	0,29	0,29	0,39	0,49	0,59	0,69	0,78	0,88
6800	0	0,1	0,3	0,3	0,4	0,51	0,61	0,71	0,81	0,91
7000	0	0,1	0,31	0,31	0,42	0,52	0,62	0,73	0,83	0,94
7200	0	0,11	0,32	0,32	0,43	0,53	0,64	0,75	0,86	0,96
7400	0	0,11	0,33	0,33	0,44	0,55	0,66	0,77	0,88	0,99
7600	0	0,11	0,34	0,34	0,45	0,56	0,68	0,79	0,9	1,02
7800	0	0,12	0,35	0,35	0,46	0,58	0,69	0,81	0,93	1,04

## ANEXO 3.2 – Perfil B [04]

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]						
	Diâmetro nominal menor [mm]						
	117	122	127	132	137	142	147
575	1,62	1,77	1,91	2,05	2,19	2,33	2,47
690	1,87	2,04	2,21	2,37	2,54	2,7	2,86
725	1,94	2,12	2,29	2,47	2,64	2,81	2,98
870	2,23	2,44	2,64	2,84	3,04	3,24	3,44
950	2,38	2,6	2,82	3,04	3,26	3,47	3,69
1160	2,75	3,01	3,27	3,53	3,78	4,04	4,29
1425	3,17	3,48	3,78	4,08	4,38	4,68	4,97
1750	3,61	3,97	4,32	4,67	5,02	5,36	5,69
2850	4,47	4,94	5,4	5,84	6,26	6,66	7,07
3450	4,5	4,97	5,43	5,86	6,27	6,68	7,02
200	0,69	0,75	0,8	0,86	0,91	0,97	1,02
400	1,22	1,32	1,42	1,53	1,63	1,73	1,83
600	1,68	1,83	1,98	2,12	2,273	2,41	2,66
800	2,19	2,29	2,48	2,66	2,85	3,04	3,22
1000	2,47	2,7	2,93	3,16	3,39	3,61	3,84
1200	2,82	3,09	3,35	3,61	3,88	4,14	4,4
1400	3,13	3,44	3,74	4,03	4,33	4,62	4,91
1600	3,41	3,75	4,08	4,41	4,74	5,06	5,36
1800	3,67	4,08	4,4	4,75	5,1	5,45	5,79
2000	3,89	4,28	4,67	5,05	5,43	5,79	6,16
2200	4,08	4,5	4,91	5,31	5,7	6,08	6,47
2400	4,24	4,68	5,1	5,52	5,93	6,33	6,72
2600	4,36	4,82	5,26	5,69	6,11	6,52	6,91
2800	4,46	4,92	5,37	5,85	6,24	6,65	7,04
3000	4,51	4,99	5,44	5,89	6,31	6,72	7,11
3200	4,53	5,01	5,47	5,91	6,33	6,73	7,12
3400	4,51	4,99	5,44	5,88	6,29	6,67	7,03
3600	4,45	4,92	5,37	5,79	6,18	6,55	6,88
3800	4,34	4,81	5,24	5,64	6,01	6,353	6,55
4000	4,2	4,65	5,06	5,44	5,78	6,08	6,34
4200	4,01	4,43	4,82	5,17	5,47		
4400	3,77	4,17	4,52	4,83			
4600	3,48	3,85	4,16				
4800	3,15	3,47					
5000	2,76						

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]					
	Diâmetro nominal menor [mm]					
	152	158	163	168	173	178
575	2,61	2,75	2,89	3,02	3,16	3,3
690	3,03	3,19	3,35	3,51	3,673	3,9
725	3,15	3,32	3,49	3,65	3,82	3,99
870	3,64	3,84	4,03	4,23	4,42	4,61
950	3,9	4,11	4,32	4,53	4,74	4,84
1160	4,54	4,79	5,03	5,27	5,52	5,76
1425	5,26	5,55	5,82	6,12	6,36	6,67
1750	6,02	6,35	6,67	6,99	7,31	7,61
2850	7,44	7,81	8,15	8,43	8,79	9,09
3450	7,33	7,63	7,9	8,14	8,35	
200	1,07	1,13	1,18	1,24	1,29	1,34
400	1,93	2,03	2,13	2,23	2,33	2,43
600	2,7	2,85	2,99	3,13	3,31	3,41
800	3,41	3,59	3,77	3,96	4,14	4,32
1000	4,06	4,28	4,5	4,71	4,93	5,14
1200	4,65	4,91	5,16	5,41	5,66	5,9
1400	5,2	5,48	5,76	6,04	6,32	6,59
1600	5,69	6,01	6,13	6,61	6,91	7,2
1800	6,13	6,46	6,79	7,11	7,43	7,74
2000	6,51	6,86	7,2	7,54	7,87	8,19
2200	6,84	7,2	7,55	7,84	8,23	8,56
2400	7,1	7,47	7,82	8,17	8,51	8,83
2600	7,29	7,66	8,02	8,36	8,69	9,1
2800	7,42	7,79	8,14	8,47	8,78	9,08
3000	7,48	7,83	8,17	8,48	8,77	9,04
3200	7,46	7,8	8,11	8,39	8,65	8,89
3400	7,36	7,67	7,95	8,2	8,43	
3600	7,18	7,46	7,7			
3800	6,92					
4000						
4200						
4400						
4600						
4800						
5000						

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]				
	Diâmetro nominal menor [mm]				
	183	188	193	198	203
575	3,43	3,57	3,7	3,84	3,97
690	3,99	4,15	4,3	4,46	4,61
725	4,15	4,32	4,48	4,04	4,8
870	4,81	5,02	5,18	5,37	5,56
950	5,15	5,35	5,55	5,7	5,96
1160	5,99	6,23	6,46	6,7	6,93
1425	6,94	7,21	7,48	7,74	8,05
1750	7,91	8,21	8,5	8,79	9,07
2850	9,36	9,61	9,85	10,1	10,3
3450					
200	1,04	1,45	1,5	1,56	1,61
400	2,53	2,63	2,73	2,83	2,92
600	3,56	3,7	3,87	3,97	4,11
800	4,49	4,67	4,85	5,03	5,2
1000	5,36	5,57	5,78	5,99	6,2
1200	6,15	6,39	6,63	6,86	7,1
1400	6,86	7,12	7,39	7,65	7,91
1600	7,49	7,78	8,06	8,34	8,61
1800	8,04	8,34	8,64	8,93	9,21
2000	8,51	8,81	9,11	9,41	9,69
2200	8,87	9,18	9,4	9,77	10,1
2400	9,14	9,45	9,74	10	10,3
2600	9,31	9,6	9,87	10,1	10,4
2800	9,36	9,62	9,87	10,1	10,3
3000	9,3	9,53	9,73	9,92	
3200	9,11	9,29			
3400					
3600					
3800					
4000					
4200					
4400					
4600					
4800					
5000					

Maior Rotação	HP relativo à maior relação de transmissão									
	1 1,01	1,02 1,04	1,05 1,07	1,08 1,1	1,11 1,14	1,15 1,2	1,21 1,27	1,28 1,39	1,4 1,64	≥1,65
575	0	0,02	0,04	0,07	0,09	0,11	0,13	0,16	0,18	0,2
690	0	0,03	0,05	0,08	0,11	0,13	0,16	0,19	0,22	0,24
725	0	0,03	0,06	0,08	0,11	0,14	0,17	0,2	0,23	0,25
870	0	0,03	0,07	0,1	0,14	0,17	0,2	0,24	0,273	0,3
950	0	0,04	0,07	0,11	0,15	0,19	0,22	0,26	0,3	0,33
1160	0	0,05	0,03	0,14	0,18	0,23	0,27	0,32	0,36	0,41
1425	0	0,06	0,11	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39	0,44	0,5
1750	0	0,07	0,14	0,2	0,27	0,34	0,41	0,48	0,55	0,61
2850	0	0,11	0,22	0,33	0,44	0,56	0,67	0,78	0,89	1
3450	0	0,13	0,27	0,4	0,54	0,67	0,81	0,94	1,08	1,21
200	0	0,01	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,06	0,07
400	0	0,02	0,03	0,05	0,06	0,08	0,09	0,11	0,12	0,14
600	0	0,02	0,05	0,7	0,09	0,12	0,14	0,16	0,19	0,21
800	0	0,03	0,06	0,09	0,12	0,16	0,19	0,22	0,25	0,28
1000	0	0,04	0,08	0,12	0,16	0,19	0,23	0,27	0,31	0,35
1200	0	0,05	0,09	0,14	0,19	0,23	0,28	0,33	0,37	0,42
1400	0	0,05	0,11	0,16	0,22	0,27	0,33	0,38	0,44	0,49
1600	0	0,06	0,12	0,19	0,25	0,31	0,37	0,44	0,5	0,56
1800	0	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35	0,42	0,49	0,56	0,63
2000	0	0,08	0,16	0,23	0,31	0,39	0,47	0,55	0,62	0,7
2200	0	0,09	0,17	0,26	0,34	0,43	0,51	0,6	0,69	0,77
2400	0	0,09	0,19	0,28	0,37	0,47	0,56	0,65	0,75	0,84
2600	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,51	0,61	0,71	0,81	0,91
2800	0	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55	0,65	0,76	0,87	0,98
3000	0	0,012	0,23	0,35	0,47	0,58	0,7	0,82	0,94	1,05
3200	0	0,012	0,25	0,38	0,5	0,62	0,75	0,87	1	1,12
3400	0	0,13	0,26	0,4	0,53	0,66	0,79	0,93	1,06	1,19
3600	0	0,14	0,28	0,42	0,56	0,7	0,84	0,98	1,12	1,26
3800	0	0,15	0,32	0,44	0,59	0,74	0,89	1,04	1,18	1,33
4000	0	0,16	0,31	0,47	0,62	0,78	0,93	1,09	1,25	1,4
4200	0	0,16	0,33	0,49	0,65	0,82	0,98	1,15	1,31	1,47
4400	0	0,17	0,34	0,52	0,69	0,86	1,03	1,2	1,37	1,54
4600	0	0,18	0,36	0,54	0,72	0,9	1,07	1,25	1,43	1,61
4800	0	0,19	0,37	0,58	0,75	0,94	1,12	1,31	1,5	1,68
5000	0	0,19	0,39	0,59	0,78	0,97	1,17	1,36	1,56	1,75

## ANEXO 3.3 – Perfil C [04]

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]						
	Diâmetro nominal menor [mm]						
	178	191	203	216	229	241	254
435	3,44	3,93	4,42	4,91	5,39	5,87	6,35
485	3,74	4,29	4,83	5,36	5,9	6,42	6,95
575	4,27	4,9	5,43	6,15	6,75	7,37	7,97
585	4,32	4,97	5,6	6,23	6,85	7,47	8,08
690	4,9	5,63	6,36	7,09	7,8	8,51	9,21
725	5,08	5,85	6,61	7,36	8,1	8,84	9,57
870	5,79	6,68	7,57	8,43	9,29	10,1	11,1
950	6,16	7,11	8,06	8,99	9,9	10,8	11,7
1160	7,02	8,13	9,22	10,3	11,3	12,4	13,4
1425	7,91	9,18	10,4	10,6	12,8	13,9	15,1
1750	8,68	10,1	11,5	12,8	14,2	15,2	16,3
100	1,03	1,16	1,29	1,42	1,55	1,68	1,81
200	1,83	2,06	2,33	2,57	2,81	3,05	3,29
300	2,55	2,91	3,26	3,62	3,96	4,31	4,66
400	3,22	3,68	4,13	4,59	5,04	5,48	5,93
500	3,83	4,39	4,95	5,5	6,04	6,58	7,12
600	4,41	5,06	5,71	6,36	6,99	7,62	8,25
700	4,95	5,7	6,43	7,17	7,89	8,6	9,31
800	5,46	6,29	7,11	7,93	8,75	9,53	10,3
900	5,93	6,85	7,75	8,65	9,52	10,4	11,2
1000	6,37	7,37	8,35	9,32	10,3	11,2	12,1
1100	6,79	7,86	8,91	9,94	11,1	12,1	12,9
1200	7,17	8,31	9,42	10,5	11,6	12,6	13,7
1300	7,52	8,62	9,9	11,1	12,2	13,3	14,3
1400	7,83	9,1	10,3	11,5	12,7	13,8	14,9
1500	8,12	9,43	10,7	12,1	13,1	14,3	15,4
1600	8,37	9,73	11,1	12,3	13,5	14,7	15,8
1700	8,58	9,99	11,3	12,6	13,9	15,2	16,2
1800	8,76	10,2	11,6	12,9	14,1	15,4	16,4
1900	8,91	10,4	11,8	13,1	14,3	15,5	16,6
2000	9,01	10,5	11,9	13,2	14,4	15,6	16,6
2100	9,08	10,6	12,1	13,3	14,5	15,6	16,6
2200	9,11	10,6	12,1	13,3	14,5	15,5	16,4
2300	9,1	10,69	12,1	13,2	14,3	15,3	16,2
2400	9,04	10,5	11,9	13,1	14,1	15	
2500	8,94	10,4	11,7	12,9	13,9	14,7	
2600	8,8	10,2	11,5	12,6	13,5		
2700	8,61	10,1	11,2	12,2			
2800	8,38	9,71	10,9				

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]				
	Diâmetro nominal menor [mm]				
	279	292	305	318	330
435	7,3	7,76	8,23	8,69	9,14
485	7,98	8,49	9,02	9,5	10
575	9,16	9,75	10,3	10,9	11,5
585	9,29	9,89	10,5	11,1	11,6
690	10,6	11,26	11,9	12,6	13,2
725	11	11,7	12,4	13,1	13,8
870	12,6	13,4	14,2	15	15,7
950	13,4	14,3	15,1	15,8	16,7
1160	15,3	16,2	17,1	18	16,8
1425	17,1	18,1	19	19,9	20,7
1750	18,1	19,2	20	20,7	21,4
100	2,06	2,19	2,31	2,44	2,56
200	3,77	4,01	4,24	4,48	4,71
300	5,34	5,68	6,01	6,35	6,68
400	6,8	7,24	7,67	8,1	8,53
500	8,18	8,71	9,23	9,74	10,3
600	9,48	10,1	10,7	11,3	11,9
700	10,7	11,4	12,1	12,8	13,4
800	11,8	12,6	13,3	14,1	14,8
900	12,9	13,7	14,5	15,3	16,1
1000	13,9	14,8	15,6	16,4	17,2
1100	14,8	15,7	16,6	17,4	18,3
1200	15,6	16,5	17,5	18,4	19,2
1300	16,3	17,3	18,2	19,1	19,9
1400	17	17,9	18,8	19,7	20,6
1500	17,5	18,4	19,3	20,2	21
1600	17,9	18,8	19,7	20,4	21,3
1700	18,2	19,1	19,9	20,7	21,4
1800	18,4	19,2	20	20,7	21,3
1900	18,4	19,2	19,9	20,5	
2000	18,4	19,1	19,7		
2100	18,2				

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]		
	Diâmetro nominal menor [mm]		
	178	191	203
2900	8,09	9,37	10,4
3000	7,76	8,96	
3100	7,37	8,49	
3200	6,93		
3300	6,44		

Maior Rotação	HP relativo à maior relação de transmissão									
	1 1,01	1,02 1,04	1,05 1,07	1,08 1,1	1,11 1,14	1,15 1,2	1,21 1,27	1,28 1,39	1,4 1,64	≥1,65
435	0	0,05	0,09	0,14	0,19	0,24	0,28	0,33	0,38	0,42
485	0	0,05	0,1	0,16	0,21	0,26	0,32	0,37	0,42	0,47
575	0	0,06	0,12	0,19	0,25	0,31	0,37	0,44	0,5	0,56
585	0	0,06	0,13	0,19	0,25	0,32	0,38	0,44	0,51	0,57
690	0	0,07	0,15	0,22	0,3	0,37	0,45	0,52	0,6	0,67
725	0	0,08	0,16	0,24	0,31	0,39	0,47	0,55	0,63	0,71
870	0	0,09	0,19	0,28	0,38	0,47	0,57	0,66	0,75	0,85
950	0	0,1	0,21	0,31	0,41	0,51	0,62	0,72	0,82	0,93
1160	0	0,13	0,25	0,38	0,5	0,63	0,75	0,88	1,01	1,13
1425	0	0,15	0,31	0,46	0,62	0,77	0,93	1,08	1,24	1,39
1750	0	0,19	0,38	0,57	0,76	0,95	1,14	1,33	1,52	1,71
100	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,09	0,1
200	0	0,02	0,04	0,07	0,09	0,11	0,13	0,15	0,17	0,19
300	0	0,03	0,06	0,1	0,13	0,16	0,19	0,23	0,26	0,29
400	0	0,04	0,09	0,13	0,17	0,22	0,26	0,3	0,35	0,39
500	0	0,05	0,11	0,16	0,22	0,27	0,32	0,38	0,43	0,49
600	0	0,07	0,13	0,2	0,26	0,33	0,39	0,46	0,52	0,58
700	0	0,08	0,15	0,25	0,3	0,38	0,45	0,53	0,61	0,68
800	0	0,09	0,17	0,26	0,35	0,43	0,52	0,61	0,69	0,78
900	0	0,1	0,19	0,29	0,39	0,49	0,58	0,68	0,78	0,88
1000	0	0,11	0,22	0,33	0,43	0,54	0,65	0,76	0,87	0,97
1100	0	0,12	0,24	0,36	0,48	0,6	0,71	0,83	0,95	1,07
1200	0	0,13	0,26	0,39	0,52	0,65	0,78	0,91	1,04	1,17
1300	0	0,14	0,28	0,42	0,56	0,7	0,84	0,99	1,13	1,27
1400	0	0,15	0,3	0,46	0,61	0,76	0,91	1,06	1,21	1,36
1500	0	0,16	0,32	0,49	0,65	0,81	0,97	1,14	1,3	1,46
1600	0	0,17	0,35	0,52	0,69	0,87	1,04	1,21	1,3	1,56
1700	0	0,18	0,37	0,55	0,74	0,92	1,1	1,29	1,47	1,66
1800	0	0,2	0,39	0,59	0,78	0,98	1,17	1,37	1,56	1,75
1900	0	0,22	0,41	0,62	0,82	1,03	1,23	1,44	1,65	1,85
2000	0	0,23	0,43	0,65	0,87	1,08	1,3	1,52	1,73	1,95



Maior Rotação	HP relativo à maior relação de transmissão									
	1 1,01	1,02 1,04	1,05 1,07	1,08 1,1	1,11 1,14	1,15 1,2	1,21 1,27	1,28 1,39	1,4 1,64	≥1,65
2100	0	0,24	0,45	0,68	0,91	1,14	1,35	1,59	1,82	2,05
2200	0	0,25	0,48	0,72	0,95	1,19	1,43	1,67	1,91	2,14
2300	0	0,26	0,5	0,75	1	1,25	1,49	1,74	1,99	2,24
2400	0	0,27	0,52	0,78	1,04	1,3	1,56	1,82	2,08	2,34
2500	0	0,28	0,54	0,81	1,08	1,35	1,62	1,9	2,17	2,44
2600	0	0,29	0,56	0,85	1,13	1,41	1,69	1,97	2,25	2,53
2700	0	0,3	0,58	0,88	1,17	1,46	1,76	2,05	2,34	2,63
2800	0	0,31	0,61	0,91	1,21	1,52	1,82	2,12	2,43	2,73
2900	0	0,32	0,63	0,94	1,26	1,57	1,88	2,2	2,51	2,83
3000	0	0,33	0,65	0,98	1,3	1,63	1,95	2,28	2,6	2,92
3100	0	0,34	0,67	1,01	1,34	1,68	2,01	2,35	2,69	3,02
3200	0	0,35	0,69	1,04	1,39	1,73	2,08	2,43	2,77	3,12
3300	0	0,36	0,71	1,07	1,43	1,79	2,14	2,5	2,86	3,22

## ANEXO 3.4 – Perfil D [04]

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]						
	Diâmetro nominal menor [mm]						
	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15
435	11,6	12,6	13,6	14,6	15,5	16,5	17,5
485	12,6	13,7	14,8	15,9	16,9	17,9	17
575	14,2	15,4	16,7	17,9	19,2	20,4	21,6
585	14,4	1,6	17	18,1	19,4	20,6	21,8
690	16,1	17,6	17,1	20,4	21,8	23,1	24,5
725	16,7	18,1	19,6	21,1	22,5	23,9	25,3
870	18,6	20,3	21,9	23,5	25,1	26,6	28,2
950	19,5	21,2	22,9	24,6	26,3	27,9	29,5
1160	21,1	23,1	24,9	26,7	29	30,1	31,8
1425	21,8	23,7	25,6	27,3	2,52	30,6	32
50	1,96	2,1	2,24	2,34	4,6	2,66	2,8
100	3,53	3,8	4,07	4,33	6,49	4,86	5,12
150	4,95	5,34	5,73	6,11	8,27	6,88	7,26
200	6,28	6,78	7,28	7,78	9,95	8,76	9,26
250	7,52	8,13	8,74	9,35	11,6	10,6	11,2
300	8,7	9,42	10,1	10,9	13,1	12,3	13
350	9,82	10,7	11,4	12,3	14,6	13,9	14,7
400	10,9	11,8	12,7	13	16	15,5	16,4
450	11,9	12,9	13,9	15	17,3	16,9	17,9
500	12,9	14	15,7	16,2	18,6	18,4	19,4
550	13,8	15	16,2	17,4	19,7	19,7	20,9
600	14,7	16	17,2	18,5	20,9	21	22,2
650	15,6	16,9	18,2	19,6	21,9	22,2	23,5
700	16,3	17,7	19,2	20,6	23	23,3	24,7
750	17	18,5	20	21,5	23,9	24,4	25,83
800	17,7	19,2	20,9	22,4	24,8	26,3	26,9
850	18,3	19,9	21,6	23,2	25,6	27,2	27,8
900	18,9	20,6	22,3	24	26,3	27,9	28,7
950	19,5	21,2	22,9	24,6	26,9	28,6	29,5
1000	19,9	21,7	23,6	25,3	27,5	29,2	30,2
1050	20,4	22,2	24	25,8	28	29,7	30,8
1100	20,8	22,5	24,5	26,3	28,4	20,1	31,3
1150	21,1	23	24,8	26,6	28,7	30,4	31,7
1200	21,4	23,3	25,1	27	28,9	30,6	32
1250	21,5	23,5	25,4	27,2	29,1	30,7	32,2
1300	21,7	23,6	25,5	27,3	29,1	30,7	32,3
1350	21,8	23,7	25,6	27,4	29,1	30,6	32,3
1400	21,8	23,7	25,5	27,4	28,9	30,4	32,2
1450	21,7	23,6	25,4	27,3	28,6	30,1	31,9

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]					
	Diâmetro nominal menor [mm]					
	15,5	16	16,5	17	17,5	18
435	18,4	19,4	20,3	21,2	22,2	23,1
485	20	21,1	22,1	23,1	24,1	25,1
575	22,7	23,9	25,1	26,2	27,3	28,5
585	23	24,2	25,4	26,5	27,7	28,8
690	25,8	27,1	28,4	29,7	31	32,2
725	26,7	28	29,4	30,7	32	33,2
870	29,7	31,2	32,6	34,1	35,4	36,7
950	31	32,6	34,1	35,5	36,9	38,2
1160	33,4	34,9	36,3	37,7	39	40,2
1425	33,4	34,6	35,7			
50	2,94	3,08	3,22	3,36	3,5	3,64
100	5,39	5,05	5,91	6,17	6,43	6,69
150	7,64	8,01	8,39	8,76	9,14	9,51
200	9,75	10,2	10,7	11,2	11,7	12,2
250	11,8	12,4	12,9	13,5	14,1	14,7
300	13,7	14,4	15,1	15,7	16,4	17,1
350	15,5	16,3	17,1	17,9	18,6	19,4
400	17,2	18,1	19	19,9	20,8	21,6
450	18,9	19,9	20,9	21,8	22,8	23,7
500	20,5	21,6	22,6	23,6	24,7	25,7
550	22	23,1	24,3	25,4	26,5	27,6
600	23,4	24,6	25,8	27	28,2	29,3
650	24,8	26,1	27,3	28,6	29,8	30,9
700	26,1	27,4	28,7	30	31,3	32,5
750	27,2	28,6	30	31,3	32,6	33,9
800	28,3	29,8	31,1	32,5	33,9	35,2
850	29,3	30,8	32,2	33,6	35	36,4
900	30,2	31,7	33,2	34,6	36	37,4
950	31,1	32,6	34,1	35,5	36,9	38,2
1000	31,8	33,3	34,8	36,2	37,6	39
1050	32,4	33,9	35,4	36,8	38,2	39,5
1100	32,9	34,4	35,9	37,3	38,6	39,9
1150	33,3	34,8	36,2	37,6	38,9	40,2
1200	33,6	35,1	36,5	37,8	39,1	40,2
1250	33,7	35,2	36,5	37,8	39	40,1
1300	33,8	35,2	36,5	37,7	38,8	39,9
1350	33,7	35	36,3	37,4	38,4	
1400	33,5	34,8	35,9	36,9		
1450	33,2	34,3	35,4			
1500	32,6					

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]					
	Diâmetro nominal menor [mm]					
	18,5	19	19,5	20	20,5	21
435	24	24,9	25,8	26,7	27,6	28,5
485	26,1	27,1	28,1	29	30	31
575	29,5	30,7	31,8	32,9	33,9	35
585	29,9	31,1	32,2	33,7	34,4	35,4
690	32,5	34,7	35,9	37,1	38,2	39,3
725	34,5	35,7	36,9	38,1	39,3	40,5
870	38,1	39,4	40,6	41,9	40,5	44,2
950	39,6	40,8	42,1	43,2	44,2	45,5
1160	41,4	42,5	43,5	44,5	45,3	
1425						
50	3,77	3,91	4,1	4,18	4,32	4,46
100	6,95	7,21	7,46	7,72	7,97	8,23
150	9,89	10,3	10,6	11	11,4	15
200	12,6	13,1	13,6	14,1	14,6	18,2
250	15,3	15,9	16,4	17	17,6	21,2
300	17,8	18,5	19,2	19,8	20,5	24
350	20,2	20,9	21,7	22,5	23,2	26,7
400	22,5	23,3	24,2	25,1	25,9	29,3
450	24,7	25,6	26,5	27,4	28,3	31,1
500	26,7	27,7	28,7	29,7	30,7	33
550	28,7	29,7	30,8	31,8	32,9	36
600	30,5	31,6	32,7	33,8	34,9	37,9
650	32,2	33,4	34,5	35,7	36,8	39,7
700	33,8	34,9	36,2	37,4	38,5	41,2
750	35,2	36,5	37,7	38,9	40,1	42,6
800	36,5	37,8	39	40,2	41,4	43,8
850	37,7	39	40,2	41,4	42,6	44,7
900	38,7	40	41,2	42,4	43,6	45,5
950	39,6	41,5	42,1	43,2	44,4	46
1000	40,3	42	42,7	43,9	44,9	46,2
1050	40,8	42,3	43,2	44,2	45,3	46,4
1100	41,2	42,5	43,4	44,5	45,4	46,3
1150	41,4	42,4	43,5	44,4	45,3	
1200	41,4	42,1	43,3	44,2		
1250	41,2	41,7				
1300						
1350						
1400						
1450						
1500						

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]					
	Diâmetro nominal menor [mm]					
	21,5	22	22,5	23	23,5	24
435	29,4	30,3	31,1	32	32,8	33,7
485	31,9	32,8	33,8	34,7	35,6	36,5
575	36	37	38,1	39,1	40	41
585	38,4	37,5	38,5	39,5	40,5	41,5
690	40,4	41,5	42,6	43,7	44,7	45,7
725	41,6	42,7	43,8	44,8	45,9	46,9
870	45,3	46,4	47,4	48,4	49,4	50,3
950	46,5	47,5	48,5	49,4	50,3	51,1
1160						
1425						
50	4,59	4,73	4,86	5	5,1	5,3
100	8,48	8,79	8,99	9,24	9,5	9,75
150	12,1	12,5	12,8	13,2	13,6	13,9
200	15,5	16	16,4	16,9	17,4	17,8
250	18,7	19,3	19,9	20,4	21	21,6
300	21,8	22,5	21,1	23,8	24,4	25,1
350	24,7	28,4	26,2	27	27,7	28,4
400	27,5	31	29,2	29,6	30,8	31,5
450	30,2	33,6	31,9	32,8	33,7	34,9
500	32	35,9	34,5	35,5	36,8	37,3
550	34,9	38,1	36,9	37,9	38,9	39,8
600	37,1	40,1	39,1	40,2	41,2	42,2
650	39	41,9	41,2	42,2	43,2	44,2
700	40,8	43,5	43	44	45,1	46,1
750	42,5	44,8	44,5	45,6	46,6	47,6
800	43,7	45,9	45,9	46,9	48	48,9
850	44,9	46,9	47	48	49,1	50,1
900	45,8	47,5	47,9	48,9	49,9	50,8
950	46,5	47,9	48,5	49,4	50,5	51,2
1000	47	48,2	49	49,7	50,4	51,1
1050	47,2	48,1	48,9	49,6		
1100	47,1					
1150						
1200						
1250						
1300						
1350						
1400						
1450						
1500						

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]							
	Diâmetro nominal menor [mm]							
	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15	15,5
1500	21,6	23,5	25,1	27,1	28,3	29,7	31,5	32,6
1550	21,4	23,3	24,8	26,8	27,8	29,1	30,9	
1600	21,2	23	24,3	26,4	27,2	28,4		
1650	20,8	22,7	23,8	25,9	26,5			
1700	20,4	22,2	23,2	25,3	25,7			
1750	20	21,7	22,9	24,6				
1800	19,4	21	22,5					
1850	18,8	20,3						
1900	18,1							
1950	17,3							

Maior Rotação	HP relativo à maior relação de transmissão									
	1 1,01	1,02 1,04	1,05 1,07	1,08 1,1	1,11 1,14	1,15 1,2	1,21 1,27	1,28 1,39	1,4 1,64	≥1,65
435	0	0,17	0,33	0,5	0,67	0,84	1	1,17	1,34	1,5
485	0	0,19	0,37	0,56	0,75	0,93	1,12	1,3	1,49	1,68
575	0	0,22	0,44	0,66	0,88	1,11	1,33	1,56	1,77	1,99
585	0	0,22	0,45	0,68	0,9	1,12	1,35	1,57	1,8	2,02
690	0	0,27	0,53	0,8	1,06	1,33	1,59	1,86	2,12	2,39
725	0	0,28	0,56	0,84	1,11	1,39	1,67	1,95	2,23	2,51
870	0	0,33	0,67	1	1,34	1,67	2,01	2,34	2,68	3,01
950	0	0,37	0,71	1,1	1,45	1,83	2,19	2,56	2,92	3,28
1160	0	0,45	0,89	1,34	1,78	2,23	2,67	3,12	3,57	4,01
1425	0	0,55	1,09	1,65	2,19	2,74	3,28	3,83	4,38	4,93
50	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,12	0,13	0,15	0,17
100	0	0,04	0,08	0,12	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,35
150	0	0,06	0,12	0,17	0,23	0,29	0,35	0,4	0,46	0,52
200	0	0,08	0,15	0,23	0,31	0,38	0,46	0,54	0,62	0,69
250	0	0,1	0,19	0,29	0,38	0,48	0,58	0,67	0,77	0,86
300	0	0,12	0,21	0,35	0,46	0,58	0,69	0,81	0,92	1,04
350	0	0,13	0,21	0,4	0,54	0,67	0,81	0,94	1,08	1,21
400	0	0,15	0,31	0,46	0,61	0,77	0,97	1,08	1,21	1,38
450	0	0,17	0,35	0,52	0,69	0,86	1,04	1,21	1,38	1,56
500	0	0,19	0,38	0,58	0,77	0,96	1,15	1,35	1,54	1,73
550	0	0,21	0,42	0,64	0,85	1,06	1,27	1,48	1,69	1,9
600	0	0,23	0,46	0,69	0,92	1,15	1,38	1,61	1,85	2,07
650	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25
700	0	0,27	0,54	0,81	1,08	1,35	1,61	1,88	2,15	2,42
750	0	0,29	0,58	0,87	1,15	1,44	1,73	2,02	2,31	2,59

Maior Rotação	HP relativo à maior relação de transmissão									
	1 1,01	1,02 1,04	1,05 1,07	1,08 1,1	1,11 1,14	1,15 1,2	1,21 1,27	1,28 1,39	1,4 1,64	≥1,65
800	0	0,31	0,61	0,92	1,23	1,54	1,84	2,15	2,46	2,77
850	0	0,33	0,65	0,98	1,31	1,63	1,96	2,29	2,61	2,94
900	0	0,35	0,69	1,04	1,38	1,73	2,07	2,42	2,77	3,11
950	0	0,37	0,73	1,1	1,46	1,83	2,19	2,56	2,92	3,28
1000	0	0,38	0,77	1,15	1,54	1,92	2,3	2,69	3,08	3,46
1050	0	0,4	0,81	1,21	1,61	2,02	2,42	2,83	3,23	3,63
1100	0	0,42	0,84	1,27	1,69	2,11	2,54	2,96	3,38	3,8
1150	0	0,44	0,88	1,33	1,77	2,21	2,65	3,09	3,54	3,98
1200	0	0,46	0,92	1,39	1,84	2,31	2,77	3,23	3,69	4,15
1250	0	0,48	0,96	1,44	1,92	2,4	2,88	3,36	3,84	4,32
1300	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
1350	0	0,52	1,04	1,56	2,07	2,59	3,11	3,63	4,15	4,67
1400	0	0,54	1,07	1,62	2,15	2,69	3,23	3,77	4,31	4,84
1450	0	0,56	1,11	1,67	2,23	2,79	3,34	3,9	4,46	5,01
1500	0	0,58	1,15	1,73	2,3	2,88	3,46	4,04	4,61	5,19
1550	0	0,6	1,19	1,79	2,38	2,98	3,57	4,17	4,77	5,36
1600	0	0,62	1,23	1,85	2,46	3,08	3,69	4,3	4,92	5,53
1650	0	0,63	1,27	1,91	2,54	3,17	3,8	4,44	5,08	5,71
1700	0	0,65	1,3	1,96	2,61	3,27	3,92	4,57	5,23	5,88
1750	0	0,67	1,34	2,02	2,69	3,36	4,03	4,71	5,38	6,05
1800	0	0,69	1,38	2,08	2,77	3,46	4,15	4,84	5,54	6,22
1850	0	0,71	1,42	2,14	2,84	3,56	4,26	4,98	5,69	6,4
1900	0	0,73	1,46	2,19	2,92	3,65	4,38	5,11	5,84	6,57
1950	0	0,75	1,5	2,25	3	3,75	4,5	5,25	6	6,75

## ANEXO 3.5 – Perfil E [04]

Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]						
	Diâmetro nominal menor [mm]						
	450	460	475	500	520	525	560
435	20,9	21,8	23,3	25,8	27,7	28,2	31,5
485	22,4	23,5	25,1	27,7	29,8	30,3	33,9
575	24,8	26	27,8	30,8	33,1	33,7	37,6
585	25,1	26,3	28,1	31,1	33,4	34	38
690	27,4	28,7	30,7	34	36,5	37,1	41,4
725	27,8	29,2	31,2	34,5	37	37,7	41,9
870	29,2	30,7	32,8	36,1	38,7	39,3	43,5
950	29,3	30,8	32,9	36,2	38,7	39,2	43,1
1160	27,1	28,4	30,2				
50	3,82	3,96	4,19	4,56	4,85	4,92	5,44
100	6,73	7,01	7,43	8,12	8,81	8,81	9,77
150	9,33	9,73	10,3	11,3	12,3	12,3	13,7
200	11,7	12,2	13	14,3	15,6	15,6	17,3
250	13,9	14,6	15,5	17,1	18,6	18,6	20,8
300	16	16,7	17,8	19,6	21,5	21,5	24
350	17,9	18,7	20	22,1	23,7	24,1	26,9
400	19,7	20,6	22	24,3	26,1	26,6	29,7
450	21,3	22,4	23,9	26,4	28,4	28,9	32,3
500	22,8	23,9	25,6	28,3	30,4	30,9	34,6
550	24,2	25,4	27,1	30	32,3	32,8	36,7
600	25,4	26,7	28,5	31,5	33,9	34,5	38,5
650	26,5	27,8	29,7	32,9	35,3	35,9	40,1
700	27,4	28,7	30,7	34	36,5	37,1	41,4
750	28,1	29,5	31,6	34,9	37,5	38,1	42,4
800	28,7	30,1	32,2	35,6	38,2	38,8	43
850	29,1	30,5	32,7	36	38,8	39,2	43,4
900	29,3	30,8	32,9	36,2	38,7	39,4	43,4
950	29,3	30,8	32,9	36,2	38,2	39,2	43,1
1000	29,1	30,6	32,6	35,9	37,5	38,8	42,4
1050	28,7	30,1	32,2	35,2	36,4	38	
1100	28,1	29,5	31,4	34,7			
1150	27,3	28,6	30,4				
1200	26,2	27,5	29,2				
1250	24,9						



Maior Rotação	Potência por correia [HP <sub>Basico</sub> ]						
	Diâmetro nominal menor [mm]						
	575	600	625	630	650	675	700
435	32,9	35,2	37,5	38	39,8	42	44,1
485	35,4	37,9	40,3	40,8	42,7	45	47,3
575	39,3	41,9	44,6	45,1	47,1	49,6	52
585	39,6	42,3	45	45,5	47,5	50	52,4
690	43,1	45,9	48,6	49,1	51,1	53,6	55,9
725	43,6	46,4	49,1	49,6	51,6	54	56,3
870	45,1	47,7	50	50,5	52,2		
950	44,6	46,9					
1160							
50	5,65	6,02	6,38	6,45	6,74	7,1	7,46
100	10,2	10,9	11,5	11,7	12,2	12,9	13,5
150	14,3	15,3	16,2	16,2	17,2	18,2	19,1
200	18,1	19,4	20,6	20,6	21,9	23,1	24,3
250	21,7	23,2	24,7	24,7	26,2	27,7	29,2
300	25	26,8	28,5	28,5	30,3	32	33,7
350	28,1	30,1	32,1	32,1	34	36	37,9
400	31	33,2	35,4	35,4	37,5	39,6	41,7
450	33,7	36,1	38,4	38,9	40,7	42,9	45,1
500	36,1	38,6	41,1	41,6	43,5	45,9	48,2
550	38,3	40,9	43,5	44	46	48,4	50,8
600	40,2	42,9	45,5	46,1	48,1	50,6	53
650	41,8	44,6	47,3	47,8	49,8	52,3	54,7
700	43,1	45,9	48,5	49,1	51,1	53,6	55,9
750	44,1	46,9	49,5	50	52	54,4	56,5
800	44,8	47,5	50	50,5	52,4	54,6	56,6
850	45,1	47,7	50,1	50,6	52,3		
900	45	47,5	49,8	50,2			
950	44,6	46,9					
1000							
1050							
1100							
1150							
1200							
1250							

Maior Rotação	HP relativo à maior relação de transmissão									
	1 1,01	1,02 1,04	1,05 1,08	1,09 1,12	1,13 1,18	1,19 1,24	1,25 1,34	1,35 1,51	1,52 1,99	≥2
435	0	0,41	0,83	1,24	1,66	2,07	2,48	2,9	3,31	3,73
485	0	0,46	0,92	1,38	1,85	2,31	2,77	3,23	3,69	4,16
575	0	0,55	1,1	1,63	2,19	2,74	3,28	3,83	4,38	4,93
585	0	0,56	1,12	1,66	2,23	2,78	3,34	3,9	4,45	5,01
690	0	0,67	1,33	1,99	2,67	3,33	4	4,66	5,33	6
725	0	0,69	1,38	2,06	2,76	3,45	4,14	4,83	5,52	6,21
870	0	0,83	1,66	2,47	3,31	4,14	4,97	5,8	6,62	7,45
950	0	0,9	1,81	2,7	3,62	4,52	5,42	6,33	7,23	8,14
1160	0	1,1	2,21	3,3	4,42	5,52	6,62	7,73	8,83	9,94
1450	0	1,38	2,76	4,12	5,52	6,9	8,28	9,66	11	12,4
50	0	0,05	0,1	0,14	0,19	0,24	0,29	0,33	0,38	0,43
100	0	0,1	0,19	0,28	0,38	0,48	0,57	0,67	0,76	0,86
150	0	0,14	0,29	0,43	0,57	0,71	0,86	1	1,14	1,29
200	0	0,19	0,38	0,57	0,76	0,95	1,14	1,33	1,52	1,71
250	0	0,24	0,48	0,71	0,95	1,19	1,43	1,67	1,9	2,14
300	0	0,29	0,57	0,85	1,14	1,43	1,71	2	2,28	2,57
350	0	0,33	0,67	0,99	1,33	1,67	2	2,33	2,67	3
400	0	0,38	0,76	1,14	1,52	1,9	2,28	2,66	3,05	3,43
450	0	0,43	0,86	1,28	1,71	2,14	2,57	3	3,43	3,86
500	0	0,48	0,96	1,42	1,9	2,38	2,85	3,33	3,81	4,28
550	0	0,52	1,05	1,56	2,09	2,62	3,14	3,66	4,19	4,71
600	0	0,57	1,14	1,7	2,28	2,86	3,43	4	4,57	5,14
650	0	0,62	1,24	1,85	2,48	3,09	3,71	4,33	4,95	5,57
700	0	0,67	1,33	1,99	2,67	3,33	4	4,66	5,33	6
750	0	0,71	1,43	2,13	2,86	3,57	4,28	5	5,71	6,43
800	0	0,76	1,52	2,27	3,05	3,81	4,57	5,33	6,09	6,85
850	0	0,81	1,62	2,41	3,24	4,05	4,85	5,66	6,47	7,28
900	0	0,86	1,72	2,56	3,43	4,28	5,14	6	6,85	7,71
950	0	0,9	1,81	2,7	3,62	4,52	5,42	6,33	7,23	8,14
1000	0	0,95	1,91	2,84	3,81	4,76	5,71	6,66	7,61	8,57
1050	0	1	2,01	2,98	4	5	6	7	8	9
1100	0	1,05	2,1	3,12	4,19	5,24	6,28	7,33	8,38	9,42
1150	0	1,09	2,19	3,27	4,38	5,47	6,57	7,66	8,76	9,85
1200	0	1,14	2,29	3,41	4,57	5,71	6,85	8	9,14	10,3
1250	0	1,19	2,38	3,55	4,76	5,95	7,14	8,33	9,52	10,7



## ANEXO 4 – Programação de onda dente de serra no *MatLab*<sup>th</sup>

Programação da onda dente de serra (*sawtooth*) no programa *MatLab*<sup>th</sup>.

```
n=input('Introduzir intervalo de Tempo em s N=');
A=input('Introduzir Amplitude do Momento em N.m A=');
w=input('Introduzir Frequencia de Aplicação em Hz W=');
b=input('Introduzir Momento inicial em N.m B=');
c=b+A/2;
t=0:.0001:n;
M=(A/2)*sawtooth(t*w/((pi)*3.05))+c;
plot(t,M);
ylabel('Momento [N.m]');
xlabel('Tempo [s]');
TITLE('MOMENTO APLICADO');
```

Sendo que todos os parâmetros podem ser alterados uma vez que o ficheiro pede sempre todos os parâmetros para o desenho da onda.



## ANEXO 5 – Programação de todo o sistema CVT no *MatLab*<sup>th</sup>

Programação de todo o sistema CVT no programa *MatLab*<sup>th</sup>.

```
function dy = dyt(t,y)
dy = zeros(14,1);           % Vector coluna
jom=0.0036;                 % Constantes
joe=0.0007;
m1=0.01;
m2=0.01;
m3=0.01;
jos=0.0007;
joms=0.0036;
kte=4100000000;
k1=3200000;
k2=3200000;
k3=3200000;
k4=3200000;
kts=4100000000;
re=0.04;
rs=0.01;

                                % Calculo Momento
N = 60;
A = 100;
w = 50;
b = 0;
c = b+A/2;
M = (A/2)*sawtooth(t*w/((pi)*3.05))+c;

                                % Sistema de equações
dy(1) = y(2);
dy(2) = (M+kte*y(3)-kte*y(1))/jom;
dy(3) = y(4);
dy(4) = ((k1*re)*y(5)+kte*y(1)-y(3)*(kte+k1*re^2))/joe;
dy(5) = y(6);
dy(6) = (k1*re*y(3)+k2*y(7)-y(5)*(k1+k2))/m1;
dy(7) = y(8);
dy(8) = (k2*y(5)+k3*y(9)-y(7)*(k2+k3))/m2;
dy(9) = y(10);
dy(10) = (k3*y(7)+k4*y(11)*rs-y(9)*(k3+k4))/m3;
dy(11) = y(12);
dy(12) = ((k4*rs)*y(9)+kts*y(13)-y(11)*(k4*rs^2+kts))/jos;
dy(13) = y(14);
dy(14) = (kts*y(11)-kts*y(13))/joms;
end
```



## ANEXO 6 – Linhas de comando

Neste anexo ir-se-á apresentar todas as linhas de comando para obtenção de valores

1  $[V,D] = \text{eig}(A,B^{-1});$

Efectua o cálculo de valores e vectores próprios de uma ou mais matrizes, em que:

- V – Vectores próprios
- D – Valores próprios
- A – Matriz massa
- B – Matriz rigidez

2  $\text{sol} = \text{ode15s}(@\text{dyt},[0\ 2],[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0])$

Este comando efectua o cálculo de todos os valores de y, integrando os resultados de todos os dy calculados através da função enunciada no ANEXO 4

3  $x = \text{linspace}(0,2,300000);$   
 $y = \text{deval}(\text{sol},x);$

Este conjunto de comandos procede ao reajustamento de todos os valores das posições e velocidades em iguais intervalos de tempo.

4  $F=\text{fft}(y(i,:));$

Este comando executa a *fast Fourier transformer* ao longo de uma linha de uma tabela, calculando assim as frequências próprias dos corpos em questão